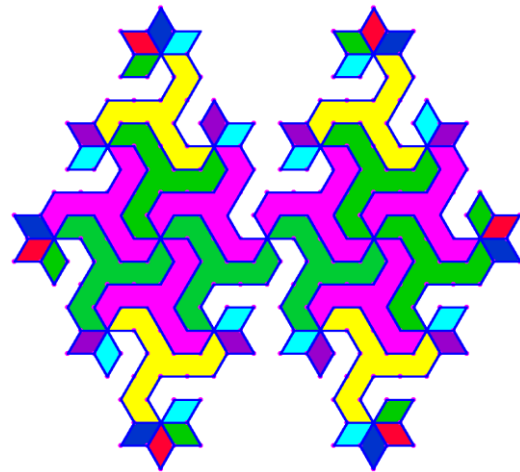
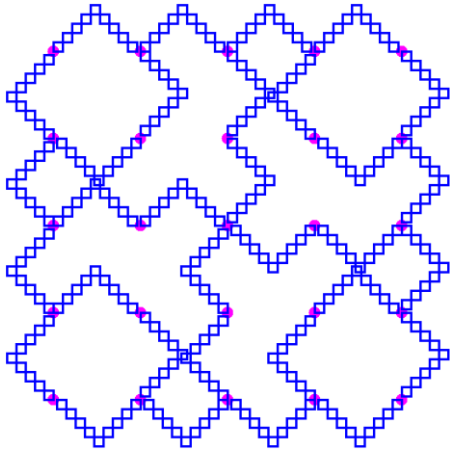


கோலம்

ஒரு புதிய பார்வை - பாகம் 2

முனைவர் வெ. கிருஷ்ணமூர்த்தி

திருமதி லீலா வெங்கட்ராமன்



© 2013 ೀர்஢ஃப஢் சிஸ்ட஢்ஸ், செ஢்஢ை
பதிப்பு 1.0
support@learnfunsystems.com

உள்ளடக்கம்

18. மேலும் சில கோலங்கள்	3
19. கோல ரங்கோலி	26
20. ஒரு கோல நோட்டு	30
21. கோல மென்பொருள்கள்	68
22. கோல மென்பொருள் புதிர்களும் விளையாட்டுகளும்	76
23. கோல வன்பொருள் விளையாட்டுக்கள்	80
24. கோலத்தில் பயிற்சிகள்	86
25. கோலத்தில் அடிப்படைக்கணிதம்	88
26. கோலத்தில் உயர் கணிதம் - ஓர் எளிய அறிமுகம்	94
நூல் பட்டியல்	100

18. மேலும் சில கோலங்கள்

பறவைகள், மிருகங்கள், பூக்கள், வாத்தியங்கள் எனப் பலவும் கோலங்களில் வரையப்படுகின்றன. பொங்கல், தீபாவளி, கிறிஸ்மஸ் எனப் பண்டிகை நாட்களில் அந்த நாட்களுக்கு உரிய பொருள்களை வைத்துக் கோலம் போடுகிறார்கள். என் வீட்டிற்கு அருகில் வசித்த சிங் மாமி என்று எங்களால் அழைக்கப்பட்ட பெண்மணியின் கற்பனை அபாரம். வீட்டு வாசலில் அவர் புள்ளியில்லாமல் வரையும் பெரிய கோலங்கள் மிகவும் ரசிக்கத்தக்கவை. அவர் பொறுமை அசாத்தியம். அவர் கோலங்களில் சில இங்கே. மதுரையில் திரு தியாகராஜன் என்பவர் டிராப்ட்டஸ்மனாக வேலை பார்த்தார். அவர் நூற்றுக்கணக்கில் கோலங்களை அழகாகக் கருப்பு மையில் காகிதத்தில் வரைந்துள்ளார். அவற்றில் சில கோலத்தை புதிய முறையில் அணுகுகின்றன. எங்களிடம் அவருடைய பல கோலங்கள் உள்ளன. அவருடைய பொறுமை எல்லையற்றதாக இருப்பதை உணர முடிகிறது. அதைப் பாராட்டும் விதமாக அவருடைய சில கோலங்களை இங்கு பார்க்கலாம்.

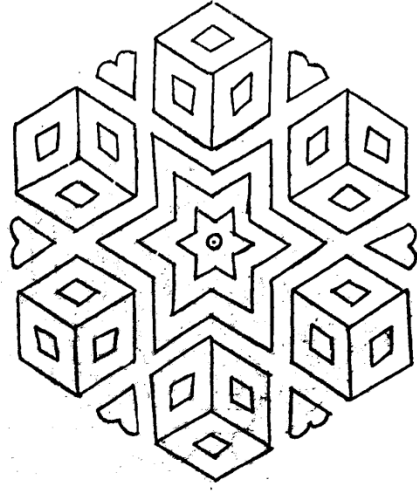
தண்டியலங்காரத்தில் (சுமார் கி.பி. பத்தாம் நூற்றாண்டு) பாம்பு, மத்தளம், வட்டமும் ஆரமும், கரைக் கோலம் போன்ற வடிவங்களுக்குள் செய்யுளை எழுதும் முறை, அணி, கூறப்படுகிறது. இதற்கான எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம். இந்த வடிவங்கள் கோலங்களின் அடிப்படை என்பது வெளிப்படை.

நீர் மேல் கோலம், நீர் அடிக் கோலம், நீர் இடைக் கோலம் என்பவை தற்காலத்தில் உதித்த சில மாற்றங்கள். இவை எல்லாமே ரங்கோலிகள்தான். இவற்றைச் செயல்படுத்தும் முறையை இங்கு பார்ப்போம்.

முனைவர் விஜயா நாகராஜன் எழுதிய Feeding a Thousand Souls என்னும் புத்தகத்தில், சென்னையில் வசித்த நடன அமைப்பாளர், ஆசிரியை சந்திரலேகா (1928 - 2006) என்பவர் பற்றிப் பேசுகிறார். இவருக்குக் கோலத்தில் ஆர்வம் அதிகமாம். இவர் வடிவமைத்த நாட்டியங்களில் பலவற்றில் கோலத்தை இணைத்துள்ளாராம். நடனமாடும் ஒவ்வொருவரும் முப்பரிமாணக் கோலம் ஒன்றின் ஒரு புள்ளியாக அல்லது கோடாக மாறி ஆடுவார்கள் என்று குறிப்பிடுகிறார்.

ஒரு பாடல் பாட ஆரம்பிக்கும்போது கோலம் போடத் தொடங்கி அது முடியும்போது கோலமும் முடியும்படிக் கோலமிடுவதும் செய்யப்பட்டுள்ளது. இது பற்றிய விவரத்தையும் இங்கு பார்ப்போம்.

முப்பரிமாணமாகத் தோற்றமளிக்கும் கோலம்

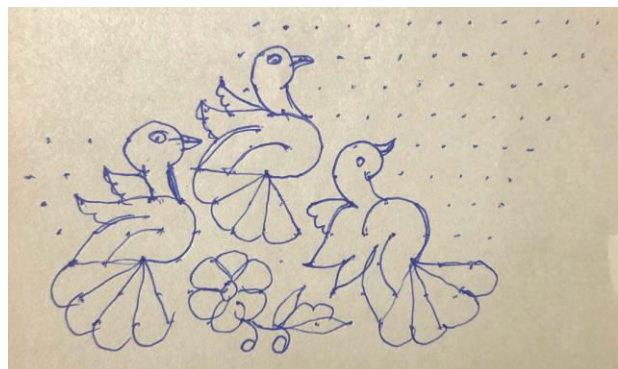
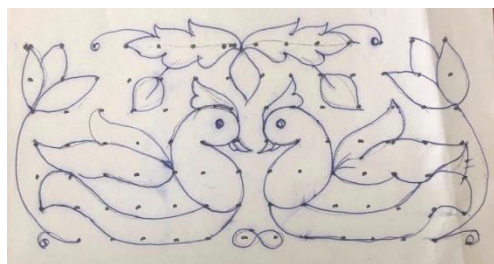
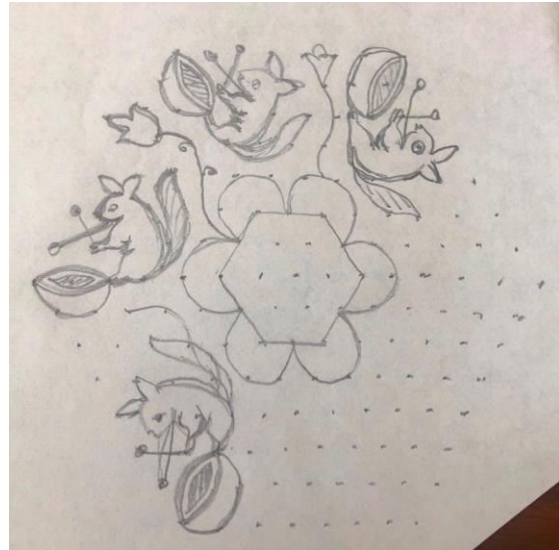
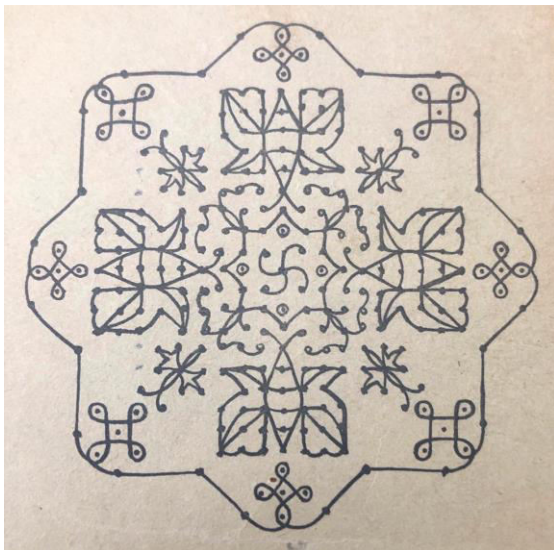
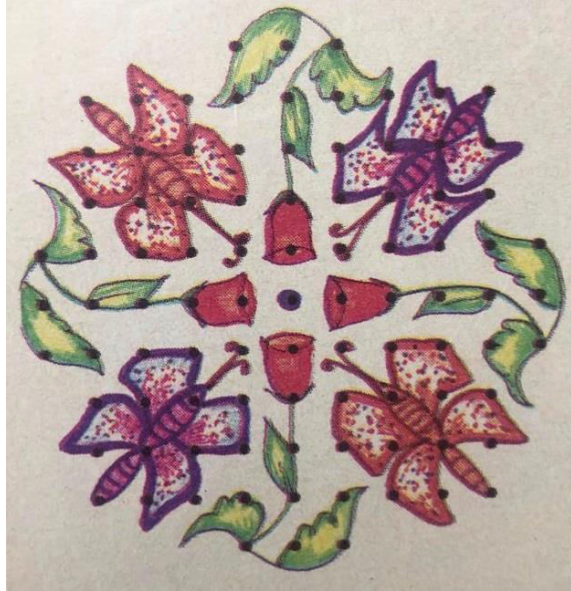


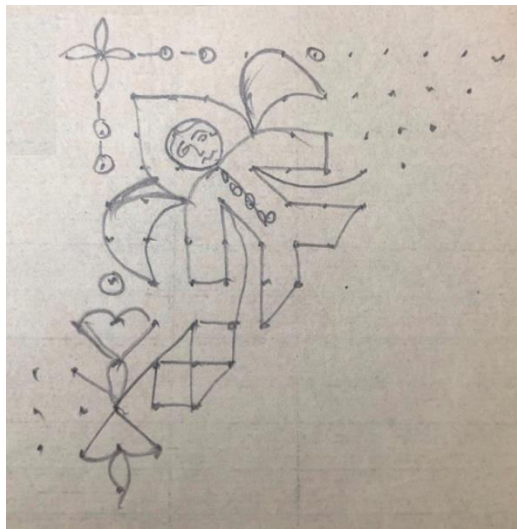
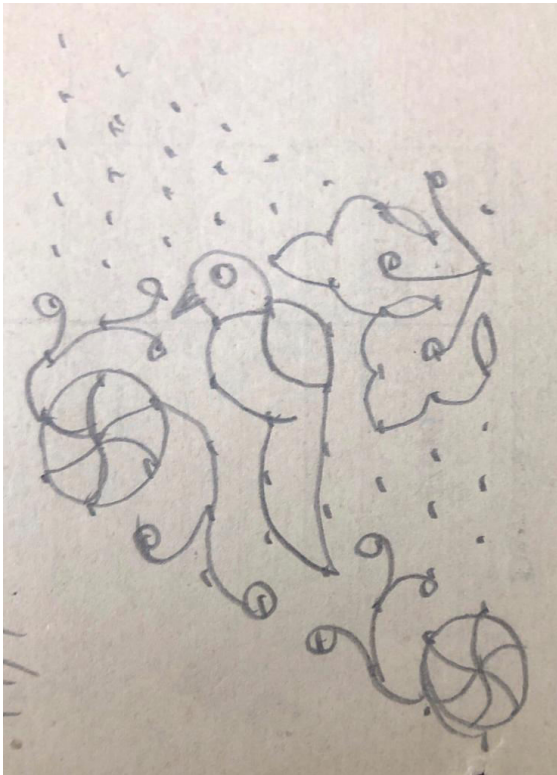
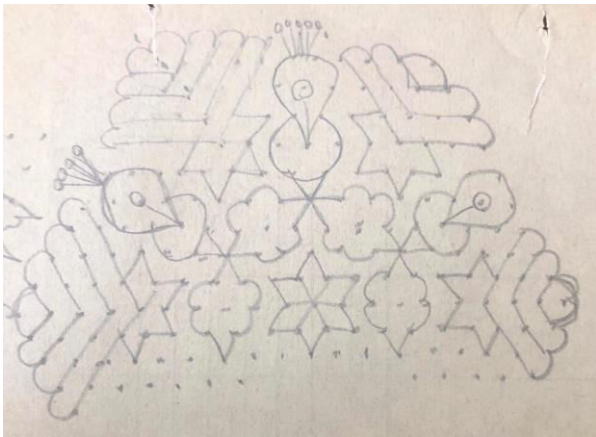
பாரதியார்

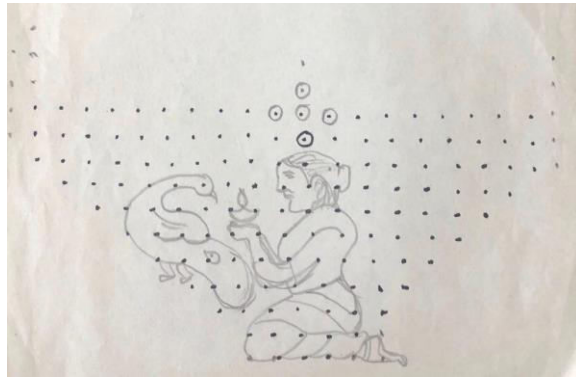
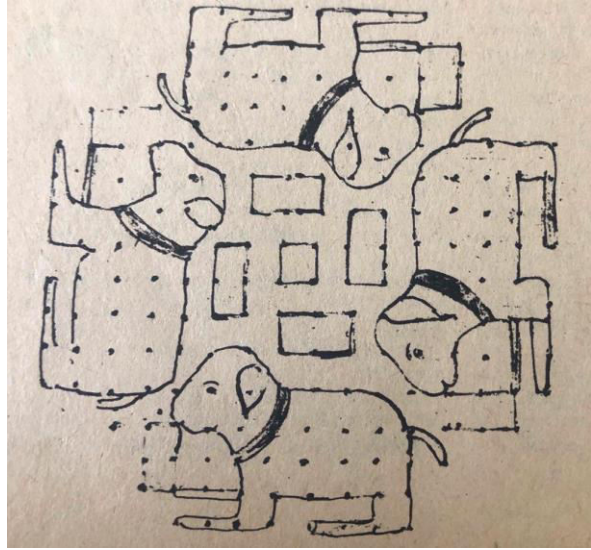
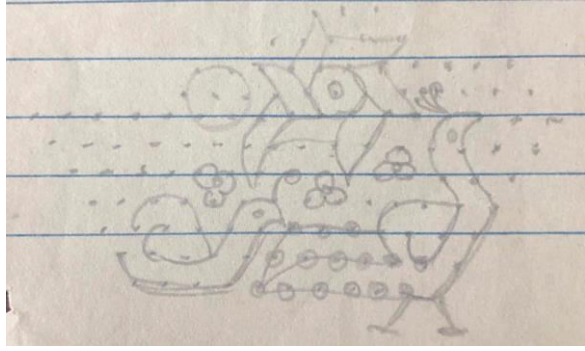


பறவை முதலியன

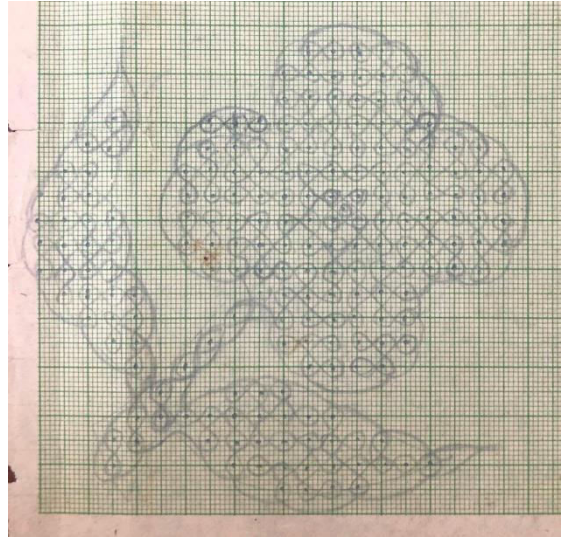
ஏ.ஐஸ்வர்யா, சென்னை-5



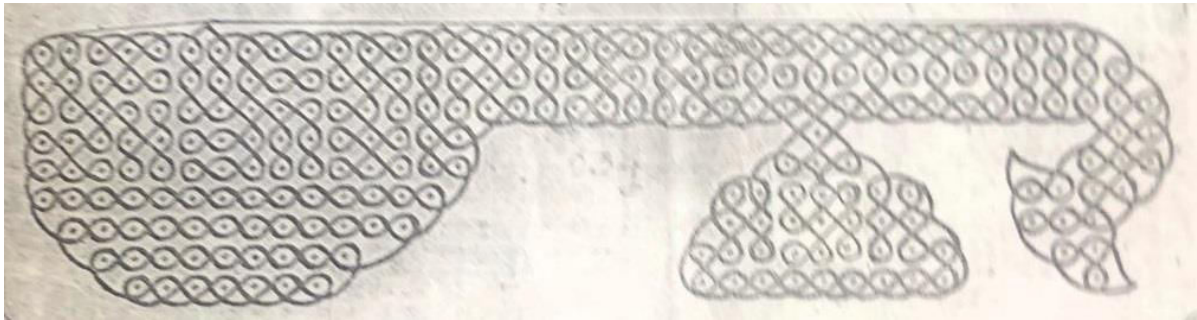


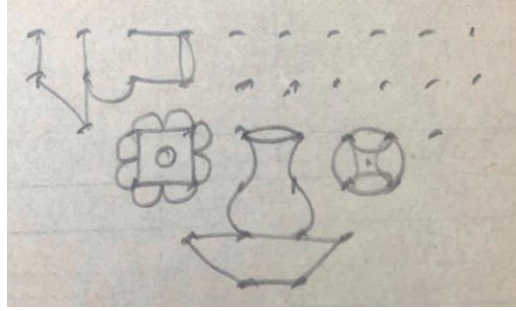
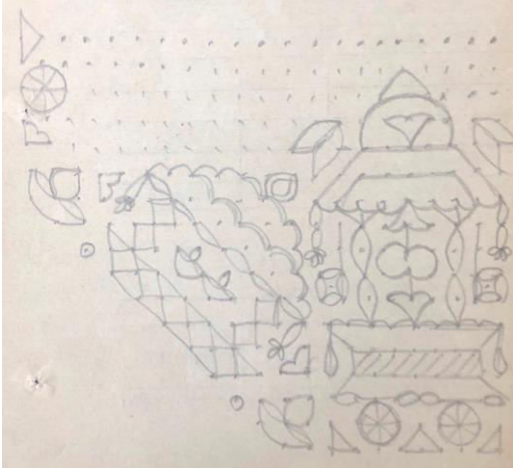
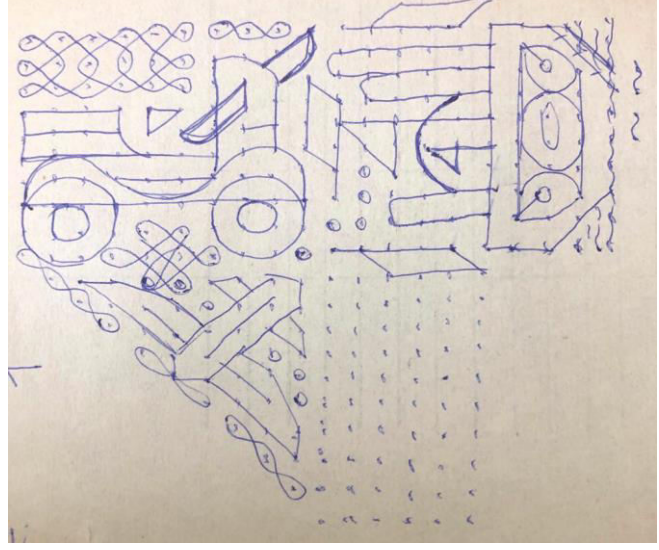
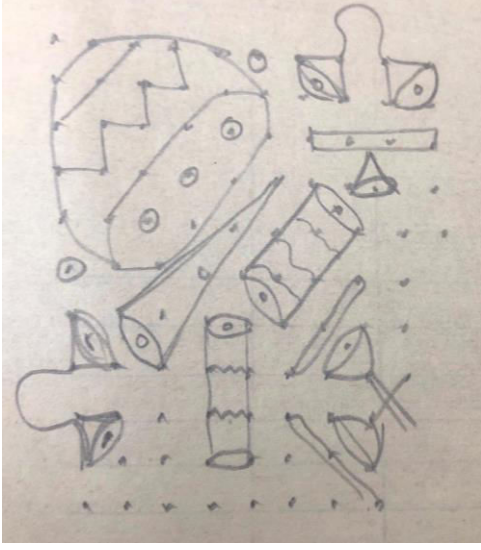


பூக்கள்



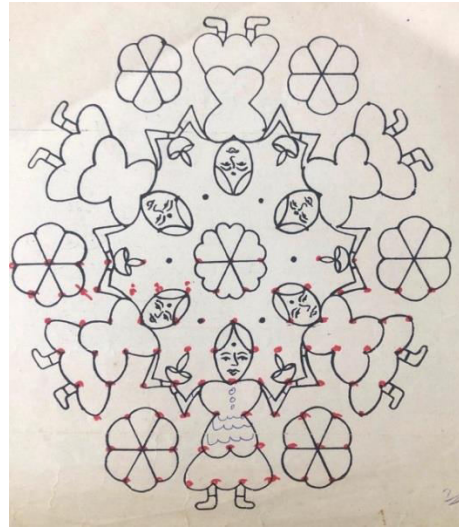
பொருள்கள்



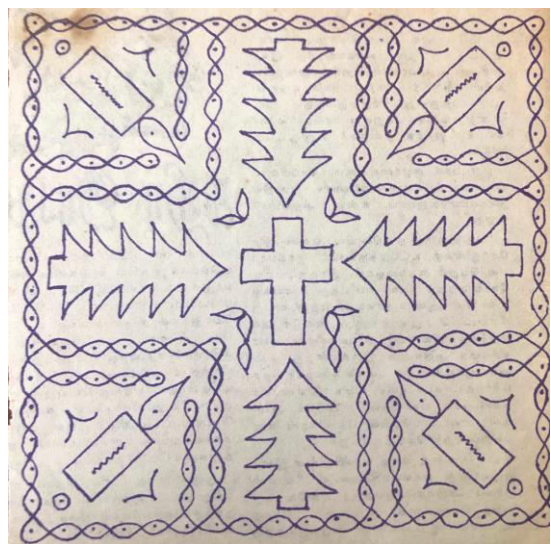
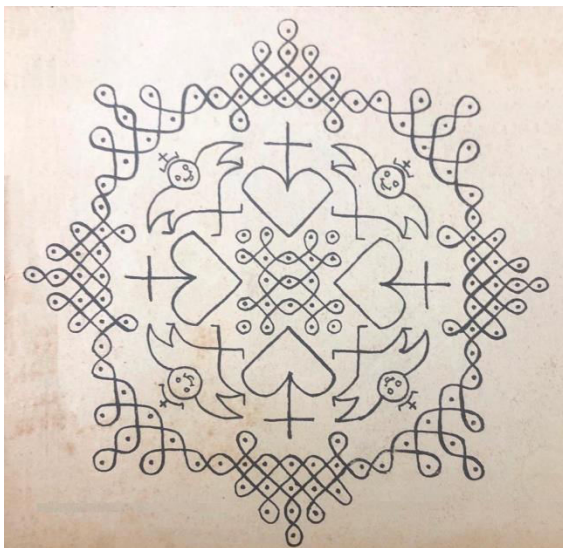
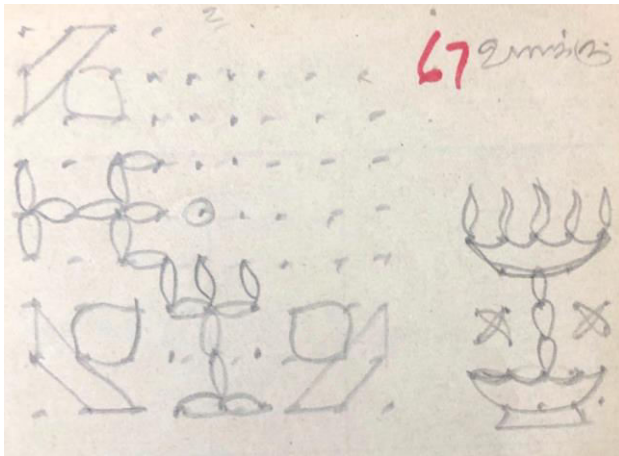
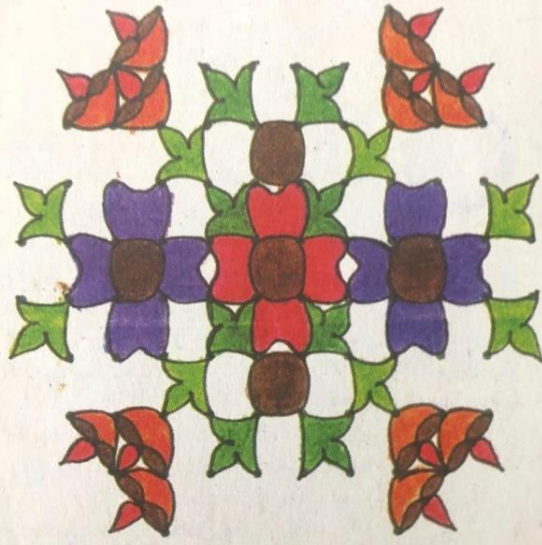


பண்டிகை நாட்கள்

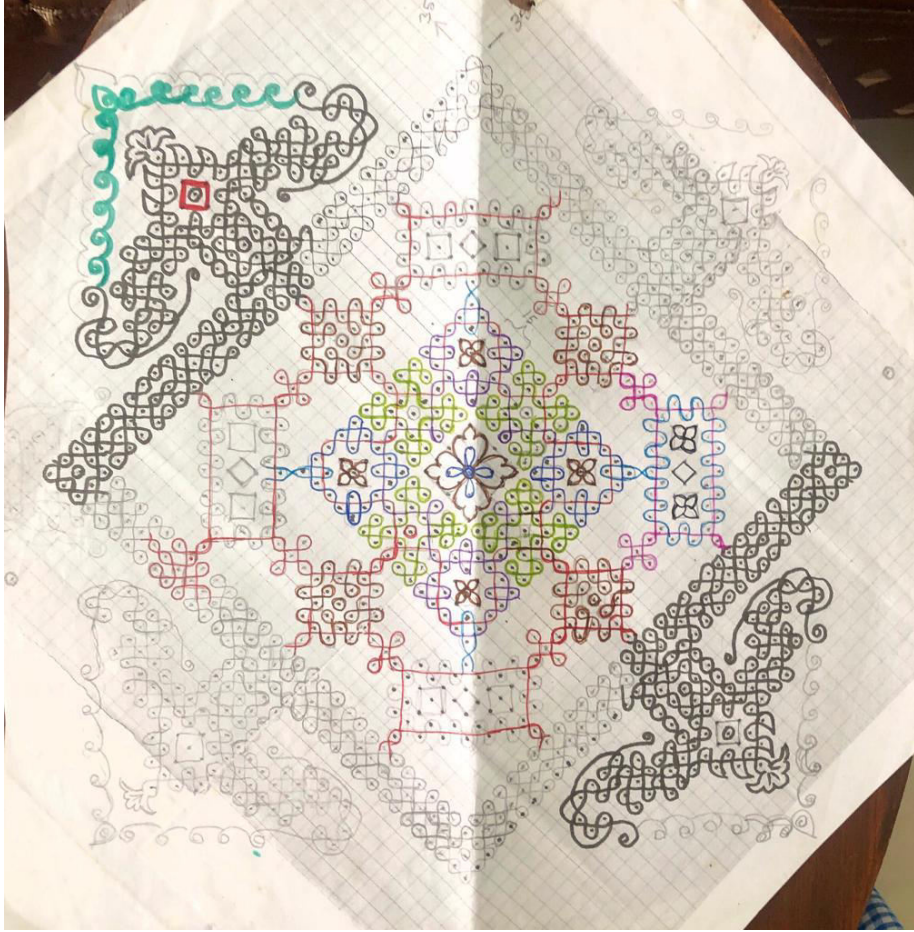
10 புள்ளி 10 வரிசை

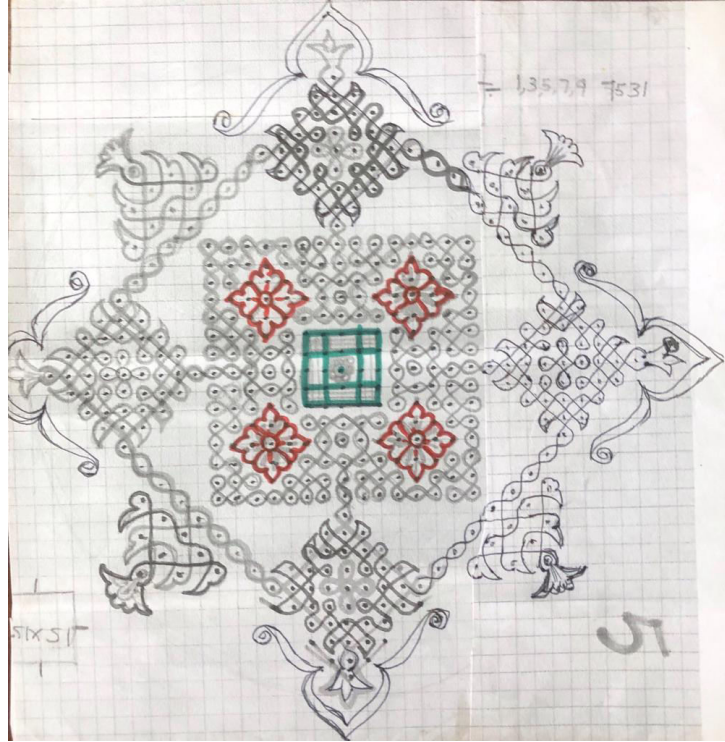


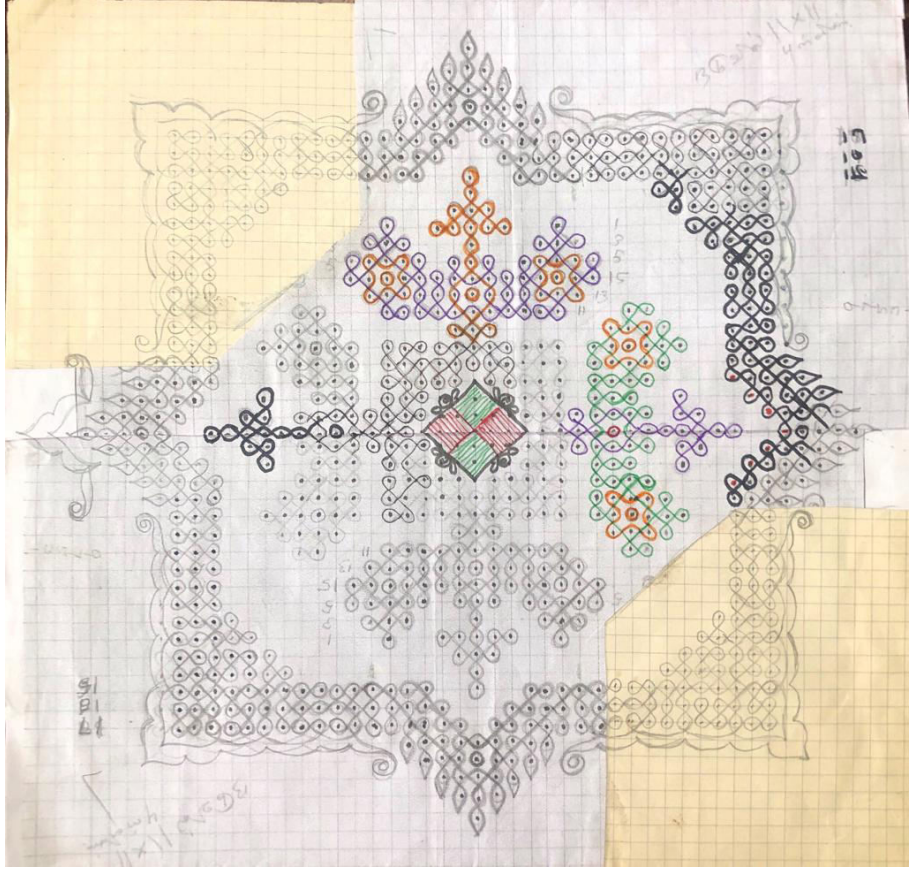
எஸ். வர்ஷினி, ஜோலார் பேட்டை.

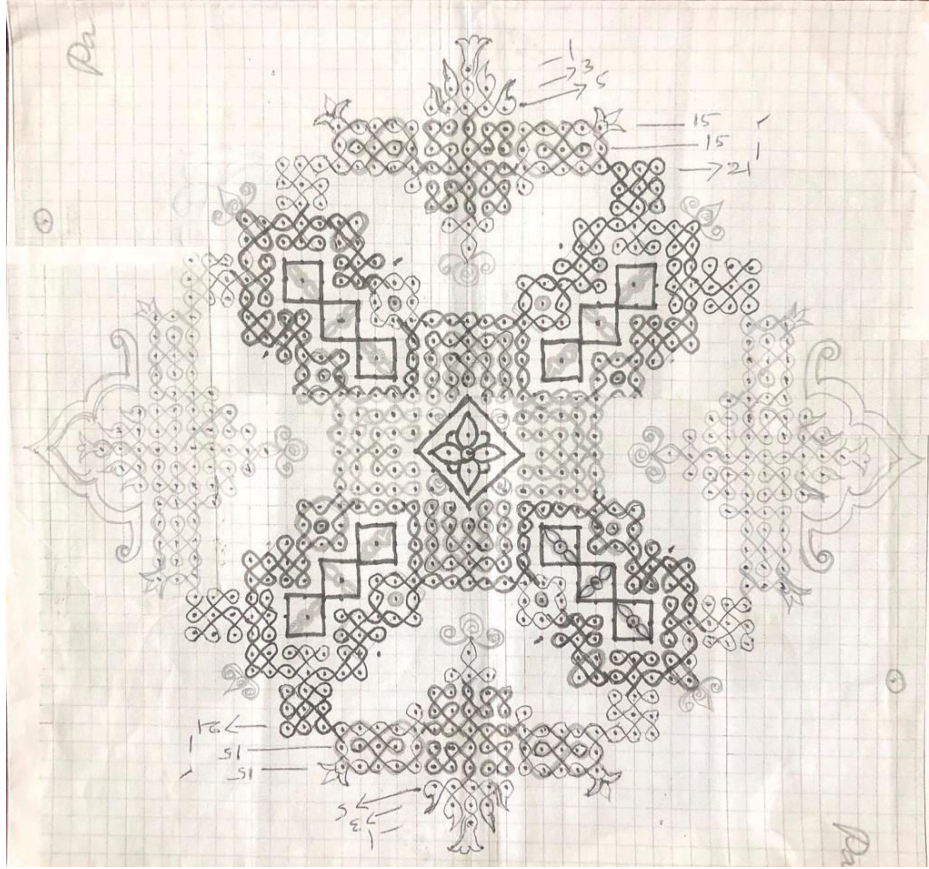


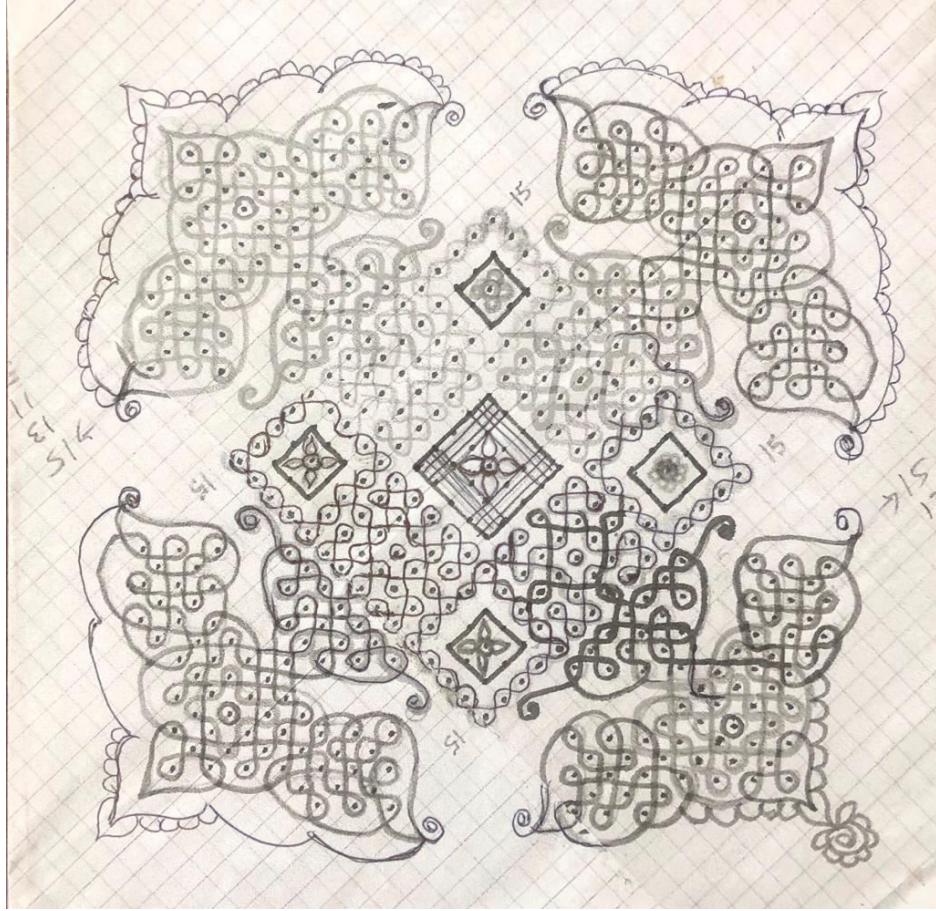
சில பெரிய சுழிக் கோலங்கள்



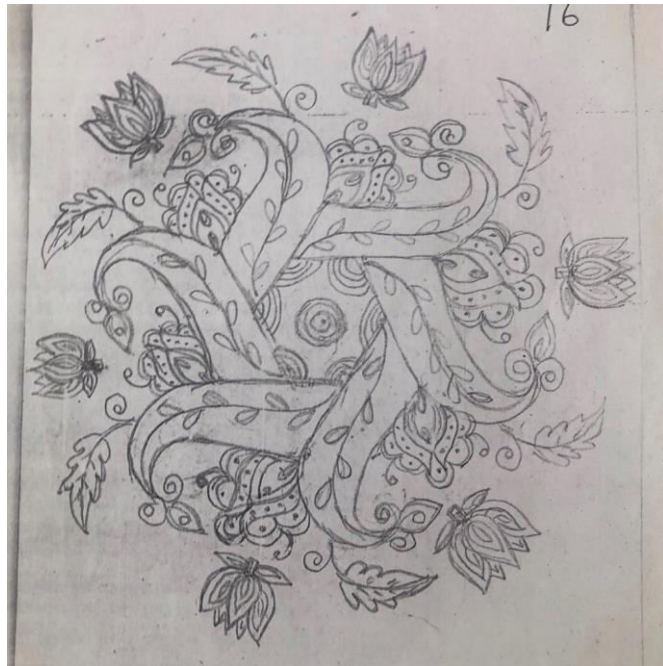


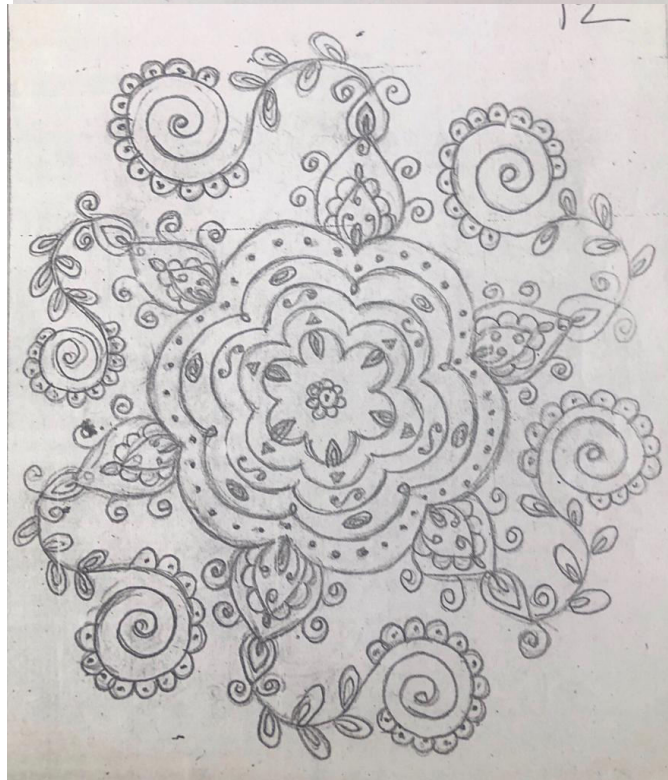


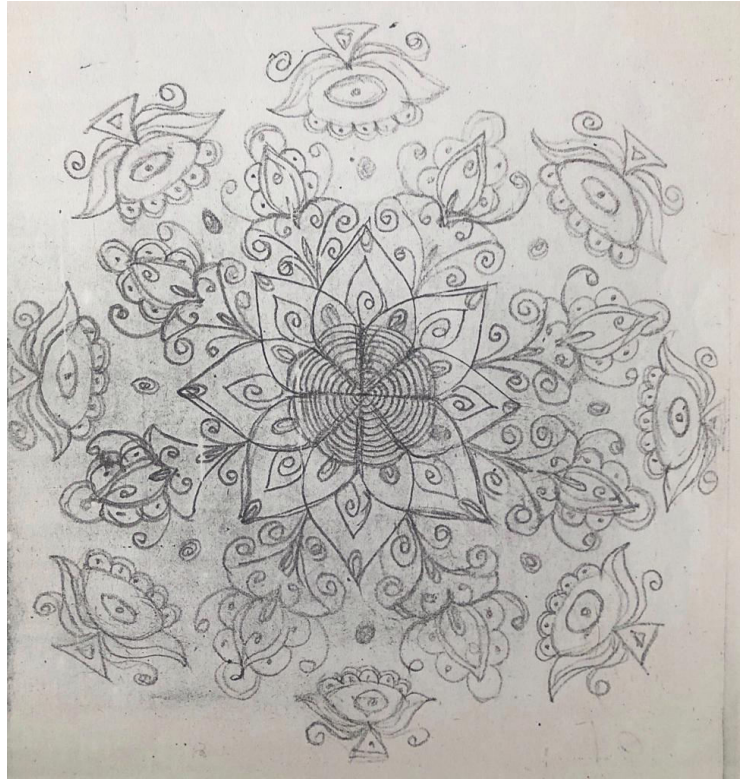


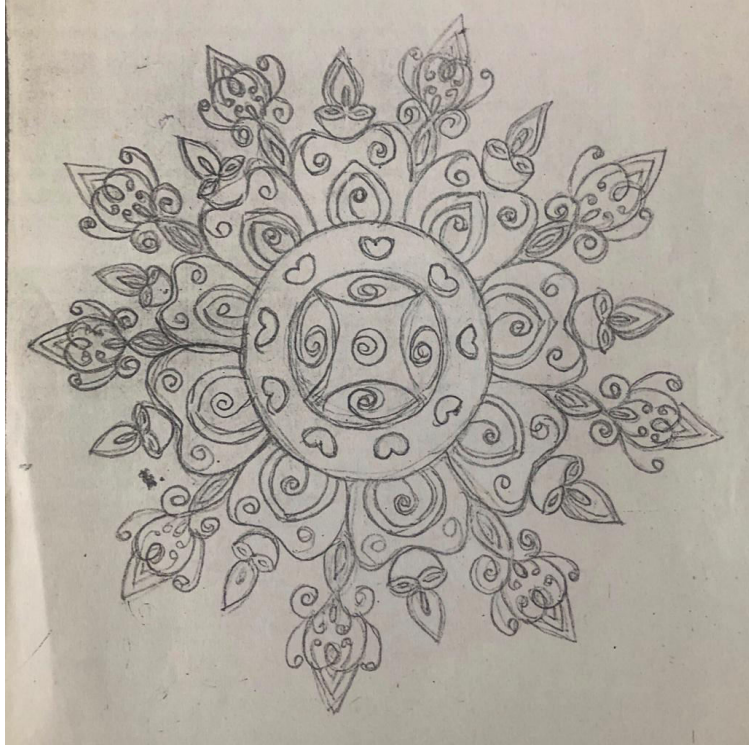


சிங் மாமியின் கோலங்கள்

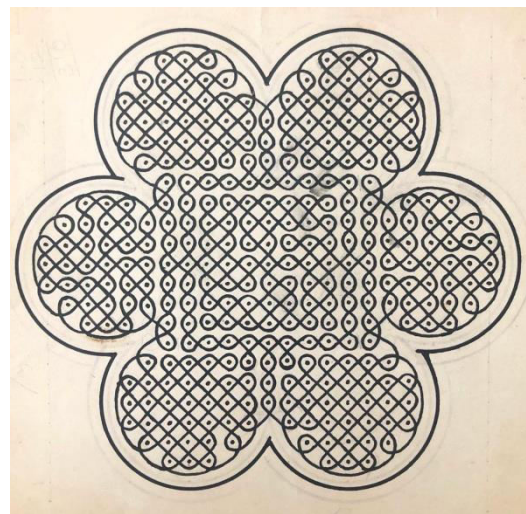
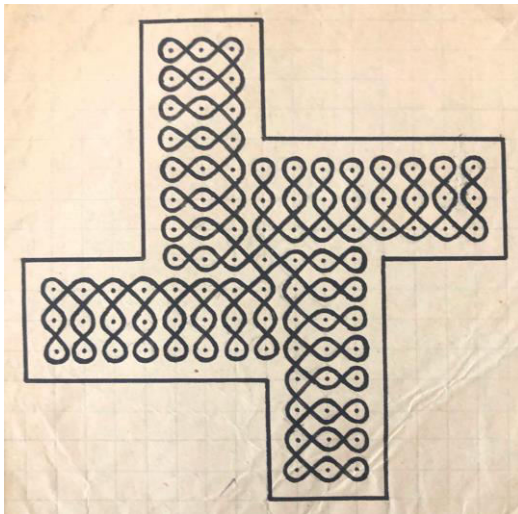
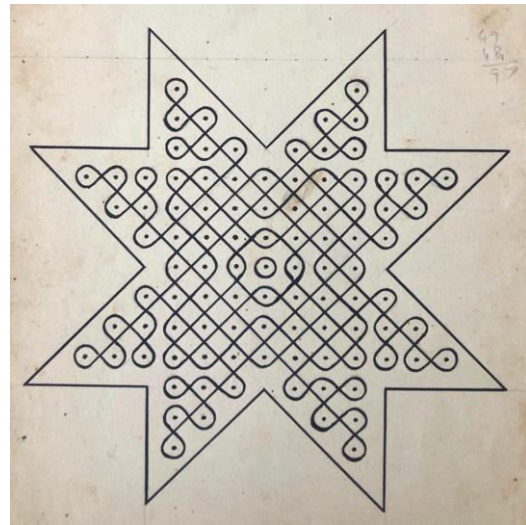
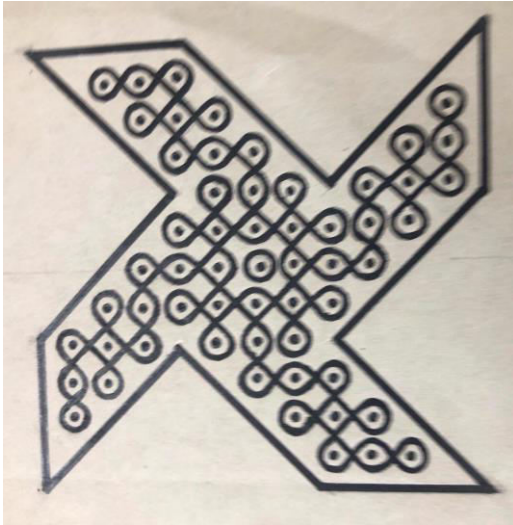
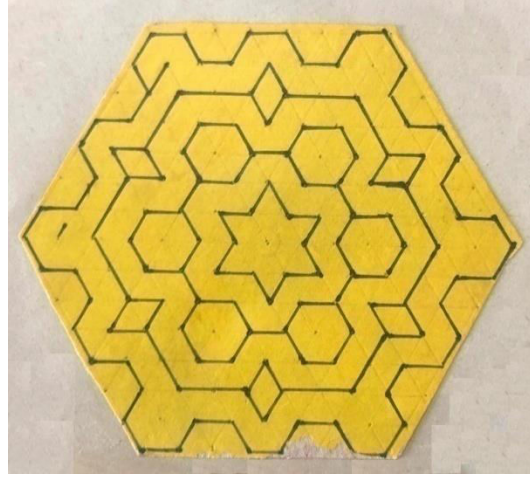
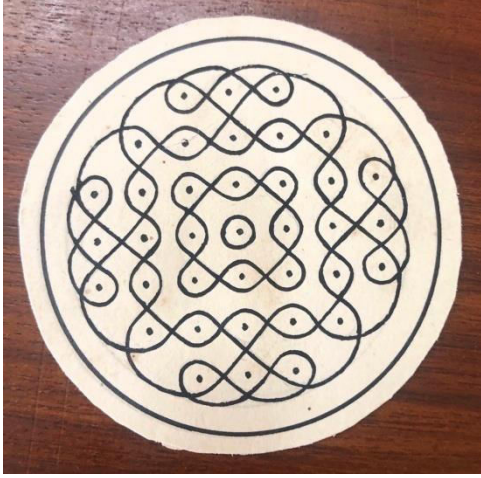


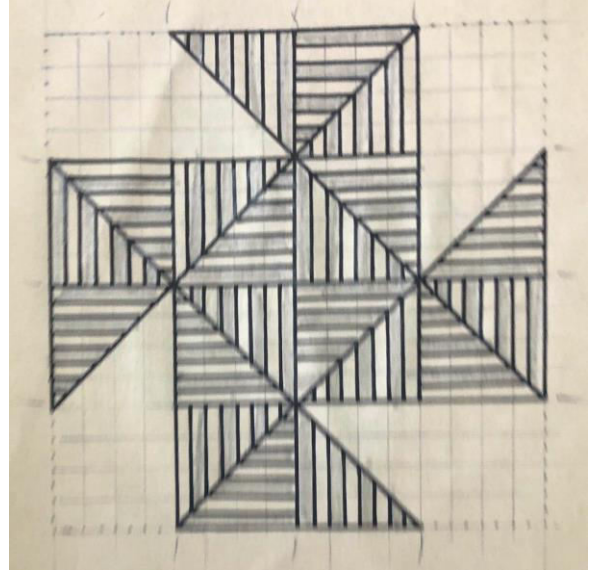
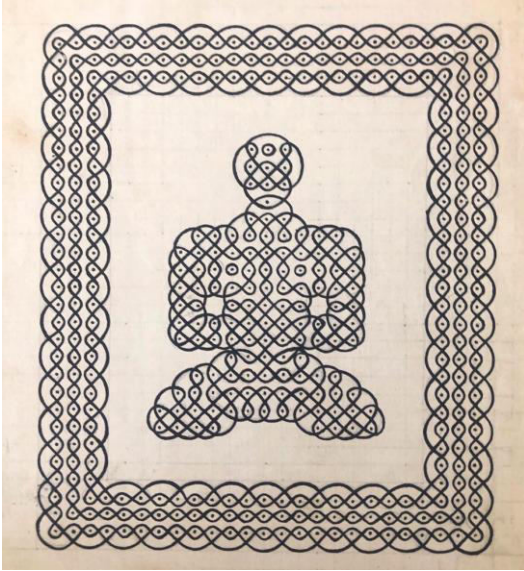
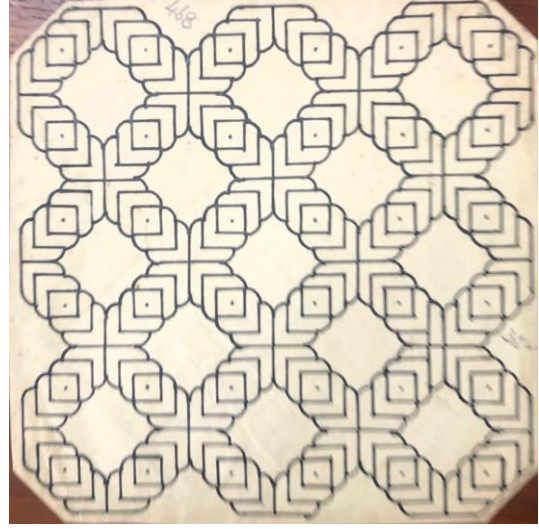
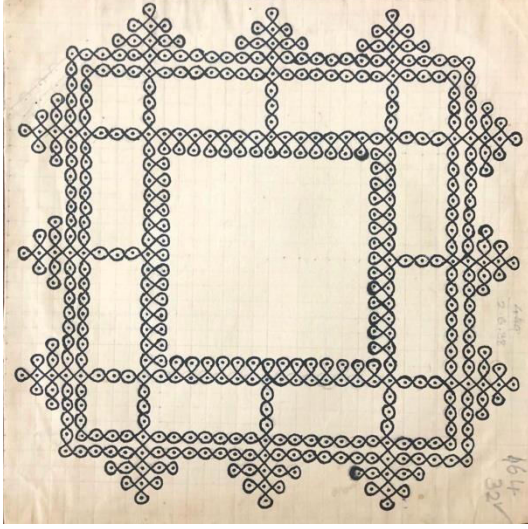






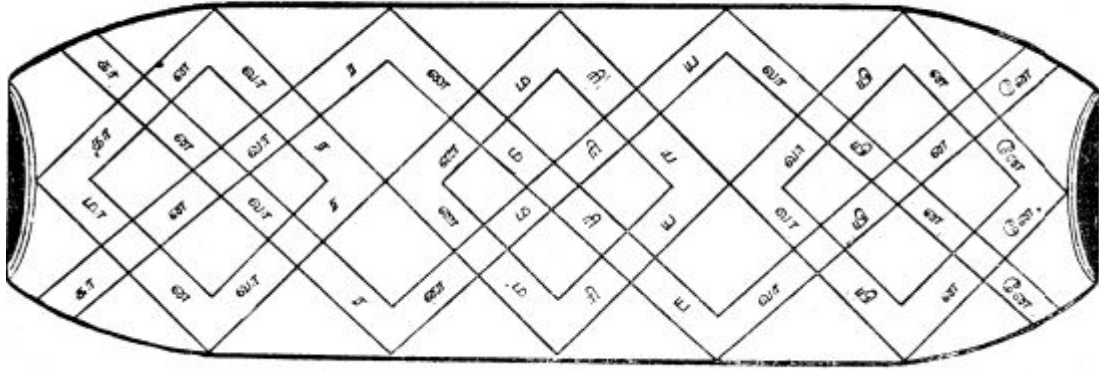
தியாகராஜன் கோலங்கள்



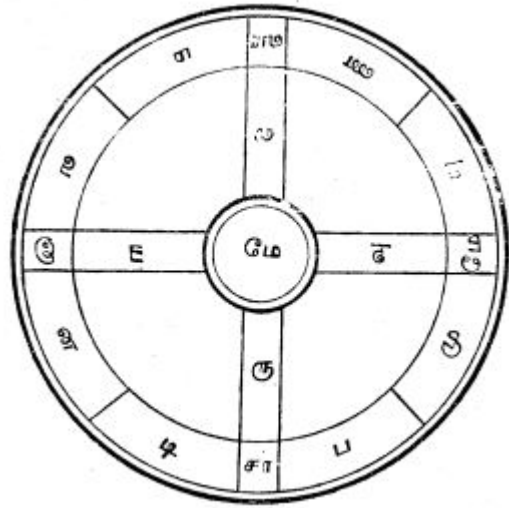
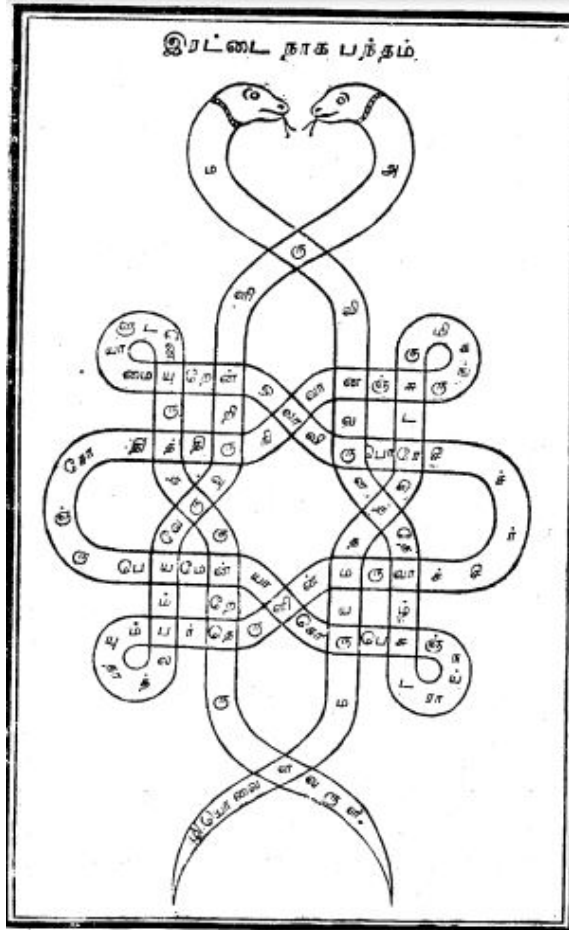


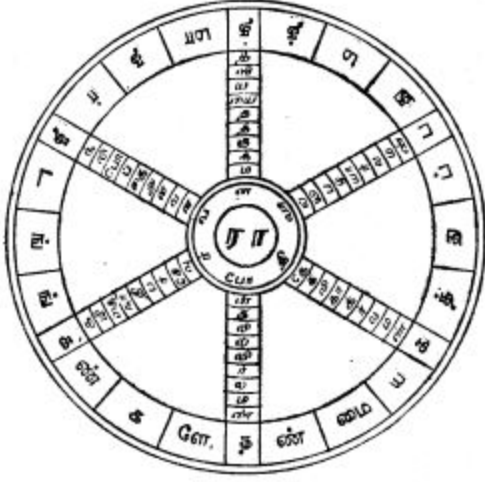
தண்டியலங்கார கோலங்கள்

முரசு பந்தம்



இரட்டை நாக பந்தம்





நீர் அடி, இடை, மேல் கோலங்கள்

நீர் அடிக் கோலம் போட முதலில் நீர்த்தொட்டியின் அடியில் கோலத்திற்குத் தேவையான அளவில் மெல்லியதாக நிறமில்லா கிரீஸ் பூசிக்கொள்ள வேண்டும். இதற்கு, கோலத்தின் அளவில் வெட்டி நீக்கப்பட்ட ஒரு காகிதத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும். பிளாஸ்டிக் காகிதமாகவும் இருக்கலாம். இதைச் சில மணி நேரம் காயவிட வேண்டும். ஒவ்வொரு நிறத்திற்கும் அந்த நிறத்தின் இடம் வெட்டப்பட்ட காகிதத்தை, கிரீஸ் இருக்கும் இடத்தில் சரியாக வைக்க வேண்டும். அதன் மீது சிறிய சல்லடை மூலம் மெதுவாக அந்த நிறப் பொடியைத் தூவ வேண்டும். இப்படி ஒவ்வொரு நிறமாகச் செய்ய வேண்டும். இதையும் நன்றாகக் காயவிட வேண்டும். பிறகு தொட்டியை மெதுவாகத் தண்ணீர் ஊற்றி நிரப்ப வேண்டும். இப்போது நீர் அடிக் கோலம் தயார்.

நீர் இடைக் கோலம் போடுவதும் இதே போல்தான். கீழ்ப்புறத்தில் இருந்து மேல்புறம் வட்டத் தொட்டியின் விட்டம் சற்று அதிகமாகிக் கொண்டே வரும்படியான தொட்டியைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். தொட்டியின் பாதி உயரத்தில் உள்ள விட்டத்தின் அளவுக்குச் சரியாக, ஒரு நல்ல ஒளி புகும் கண்ணாடியை வெட்டி வைத்துக்கொள்ள வேண்டும். தொட்டியின் அடியில் கூழாங்கல், பெருமணல் போன்றவற்றைக் கொஞ்சம் போட்டு வைக்க வேண்டும். இது கோலம் தொட்டியின் நடுவில் இருப்பதைக் காட்டும். தொட்டியில் பாதிக்கும் சற்றே அதிகமாகத் தண்ணீர் ஊற்றவும்.

கண்ணாடியில் நாம் ஏற்கனவே நீர் அடிக் கோலம் இடுவது போல் ஒரு கோலம் இடவும். கோலம் நன்றாகக் காய்ந்ததும் கண்ணாடியைத் தொட்டியின் நடுவில் வைக்கவும். தண்ணீர் கண்ணாடியின் மீது சிறிது வந்திருக்கும். இப்போது தொட்டியை மெதுவாகத் தண்ணீர் இட்டு நிரப்பவும். நீர் இடைக் கோலம் தயார்.



நீர் மேல் கோலம் இட இன்னும் சற்றுப் பொறுமை வேண்டும். தொட்டியைத் தண்ணீரால் நிரப்பவும். மின்விசிறியை அங்கு அணைத்து வைக்கவும். தொட்டியில் தண்ணீரின் மேல் ஃபிரெஞ்ச் சாக் பவுடரை சிறிய சல்லடை மூலம் மெதுவாகத் தூவ வேண்டும். இது நீரில் மூழ்காமல் ஒரு படிவத்தை ஏற்படுத்தும். இதன் மேல் நாம் ஏற்கனவே பார்த்த நிறங்களுக்கான காகிதங்களை வைத்து நிறப் பொடிகளை மெதுவாகத் தூவ வேண்டும். இந்தக் காகிதங்களின் நான்கு மூலைகளிலும் காகிதத்தைப் பிடித்துத் தூக்க ஒரு வசதி வேண்டும். இதற்கு ஒரு வழி இருக்கிறது. காகிதத்தின் ஓரங்களில் குண்டுசிகளை கீழ்ப்பக்கம் இருந்து மேல் நோக்கி குத்தி வைக்கவும். இந்த ஊசிகளைப் பிடித்துக் காகிதத்தை நீரில் மேல் வைக்கவும் எடுக்கவும் முடியும். தொட்டியில் மேலேதான் இருக்கிறது என்பதைக் காட்ட மெதுவாக சிறிய தேக்கரண்டி மூலம் ஒரு ஓரத்தில் சிறிது ஃபிரெஞ்ச் சாக்கினை எடுத்துவிடவும். பொறுமையாகச் செய்தால் நீர் மேல் கோலம் தயார்.

நீர் அடி, இடை, மேல் என்று ஒரே தொட்டியில் மூன்று விதமான கோலங்களையும் போட்டு, பார்ப்பவர்களை வியப்பில் ஆழ்த்தவும் முடியும். இதற்கு மிகுந்த பொறுமை வேண்டும். ஃபிரெஞ்ச் சாக்கானது தொட்டியில் ஒரு பக்கத்தை மட்டும் மறைப்பதாக இருக்கும்படிப் பார்த்துக்கொள்ளவும். இது உங்கள் கற்பனைக்கு ஒரு சவால். கீழிருந்து மேலாக வரும்போது கோலத்தின் அளவு சிறிதாகிக்கொண்டே வருவதாகப் போடவும். இது கீழே இருக்கும் கோலத்தை நன்றாகக் காட்டும். இந்த மூவிடக் கோலம் போட்டு ஒரே படத்தில் மூன்று கோலங்களும் தெரியும்படி புகைப்படம் எடுத்து இந்தப் புத்தகத்தில் இடம்பெற அனுப்பிவைப்பவர்களுக்கு முன்கூட்டியே எங்கள் நன்றி.

இசைக் கோலம்



1989இல் தஞ்சாவூரில் 'தமிழர் பண்பாட்டில் கோலங்கள்' என்னும் தலைப்பில் நடந்த கருத்தரங்கத்தில் எங்கள் மைத்துனியான திருமதி சேதுபாய் ஒரு இசைக் கோலத்தைப் போட்டுக் காண்பித்தார். அவர் இசை ஆசிரியர். இங்கு வரவீணா என்னும் பாடலைப் பாடினார். பாடல் தொடங்கும்போது ஒரு 10 புள்ளி 10 வரிசைக் கோலத்திற்குப் புள்ளி வைக்க ஆரம்பித்தார். ஒரு ஸ்வரத்திற்கு ஒரு கோடு அல்லது ஒரு புள்ளி என வரைந்தார். பாடல் முடியும்போது கோலமும் முடிந்தது. இதுதான் இசைக் கோலம். இதற்கு, கவனம் சிதறாமல் பாடுவதுடன் ஸ்வரம் தப்பாமல் புள்ளி மற்றும் கோடுகள் இடுவதும் முக்கியம்.

இசைக் கோலமிட முதலில் ஒரு பாடலைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இது ஒரு எளிய தாளத்தில் இருக்க வேண்டும். இல்லாவிட்டால் கவனச் சிதறல் ஏற்பட வாய்ப்பு அதிகமாகும். அடுத்து அந்தப் பாடலில் உள்ள ஸ்வரங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட வேண்டும். பிறகு ஒரு நேர்ப்புள்ளி கோட்டுக் கோலத்தைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். அந்தக் கோலத்தில் புள்ளிகள் மற்றும் கோடுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை ஸ்வரங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும். அடுத்து, அந்தப் பாடலைத் தனியாகப் பாடப் பயில வேண்டும். கோலத்தை மனதில் இருந்து போடப் பழக வேண்டும். இதற்குப் பிறகு, இரண்டையும் இணைத்து இசைக் கோலம் போடப் பழக வேண்டும். இதற்கு சில நாட்கள் ஆகலாம். பொறுமை அவசியம். ஆனால் பார்ப்பவர்களின் பாராட்டைப் பெறுவது நிச்சயம். தங்கள் இசைக்கோல வீடியோவை அனுப்புவவர்களுக்கு எங்கள் முன்கூட்டிய நன்றிகள்.

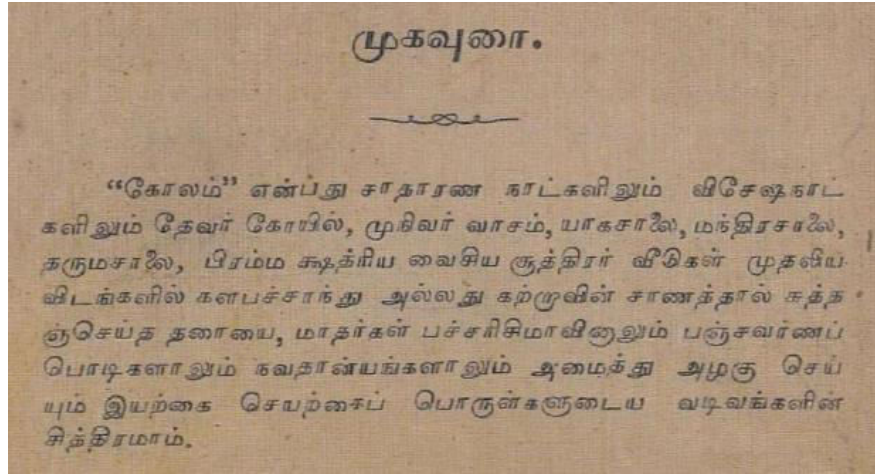
19. கோல ரங்கோலி

ரங்கோலி பிறந்த வட இந்தியாவில் ரங்கோலிகளில் வண்ணத்திற்கே முதலிடம். அழகாக இருப்பது இதன் நோக்கம். பூக்கள், பறவைகள், பொருட்கள், மனிதர்கள் என்று பலவும் இதில் இடம் பெறுகின்றன. தமிழ்நாட்டில் புள்ளி வைத்த கோலங்கள் பிரபலமானவை. இவற்றிலும் கோடுகளுக்கு இடையில் உள்ள சிறு பரப்புகளுக்கு நிறமிட்டு அவற்றை ரங்கோலி ஆக்கலாம். இவற்றை கோல ரங்கோலி என்று அழைக்கலாம்.

இது தமிழ்நாட்டிற்குப் புதிது அல்ல. சுப்பம்மாள் என்பவரால் எழுதப்பட்டு, 1895 இல் பாண்டிச்சேரியில் 'கோலப்புத்தகம்' என்ற தலைப்பில் பதிப்பிக்கப்பட்ட புத்தகத்தின் முன்னுரையில் இப்படி இருக்கிறது.

'கலியாணம், பும்சவந சீமந்தோந்நயநம், வித்தியாரம்பம், உபநயநம், தேவபூஜா சிறப்புகள் முதலியன நடக்கும் விசேஷ காலங்களில் அரிசி மாவைக் கொண்டு கோலமிட்டு அக்கோலத்தின் இடை வெளியில் குங்குமம், மஞ்சள் பொடி, வாசனைப் பச்சிலைப் பொடி, அவுரி நீலப் பொடி இவைகளையும்; நவக்கிரக பூஜா காலத்தில் நவ தானியங்களையும் பரப்பி உத்தம காரிய சின்னமாகவும், கண்ணுக்கு ரம்மியமாகவும் விளங்கச் செய்தல் ஆரியரின் தொன்றுதொட்ட வழக்கமாம்.'

இந்தப் புத்தகம் யுனிவர்சிட்டி ஆஃப் டொராண்டோவின் தமிழ்த் திரட்டில் இருப்பதான செய்தி, ரோஜா முத்தையா நூலகத்தின் இணையப் பக்கத்தில் 'கோலப்புத்தகம்' என்ற தலைப்பில் தேடியபோது கிடைத்தது.

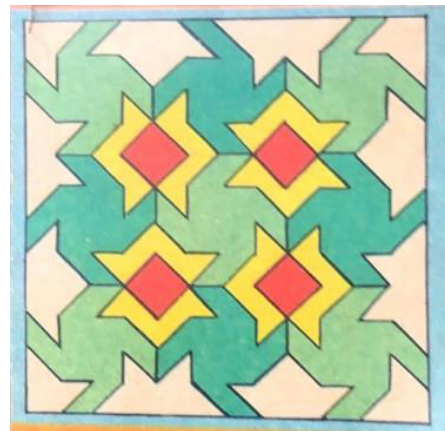
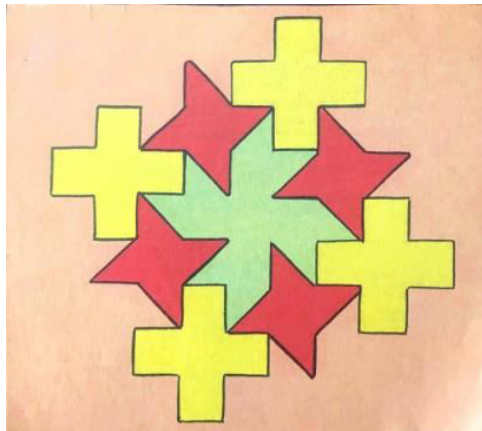
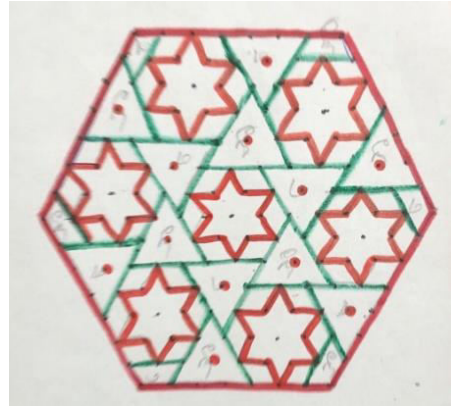
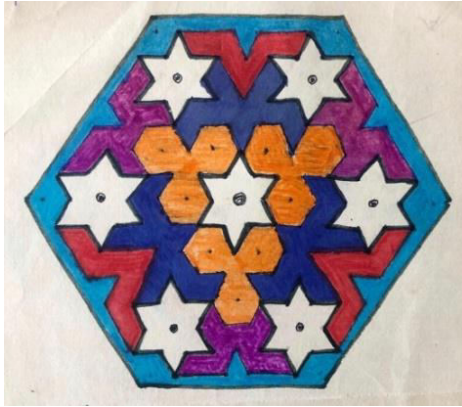


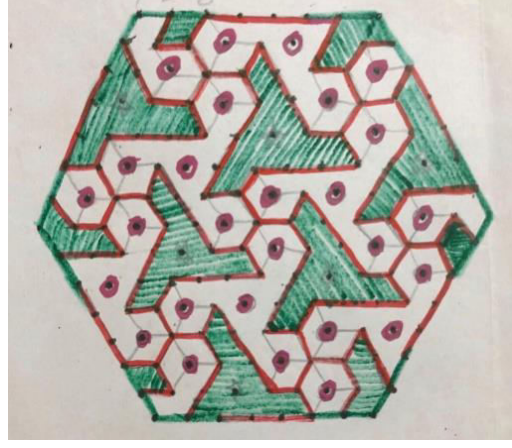
இத்துடன், தமிழ் இணையக் கழகத்தில் 1889 இல், ஸ்ரீரங்க நாச்சியாரம்மாளால் சேகரிக்கப்பட்டு 'கோலப்புத்தகம்' என்ற பெயரில் வெளிவந்த புத்தகம் இருப்பதும் தெரியவந்தது. இதன் முகவுரையிலும் கோலத்தில் நிறமிடுதல் பற்றி உள்ளது. இவற்றின் மின்பதிப்புகள் இணையத்தில் கிடைக்கின்றன. அவற்றின் வலைத்தள சுட்டிகளும் அங்கு உள்ளன. புத்தகத்தின் மேல் சொடுக்கி இந்தப் புத்தகங்களைப் பார்க்கலாம்.

ரங்கோலி என்னும்போது, பலரும், கோலம் போன்று இந்தியாவின் பல மாநிலங்களிலும் இருக்கும் கலைகளை எல்லாம் சேர்த்தே குறிப்பிடுகிறார்கள். அதனால் ரங்கோலி பற்றியும் சிறிது பார்ப்போம்.

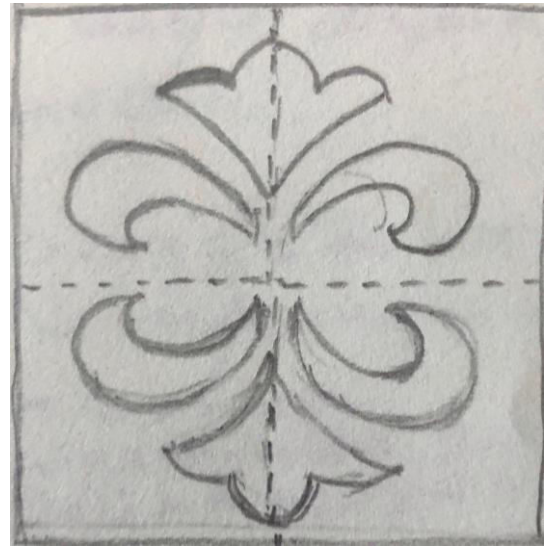
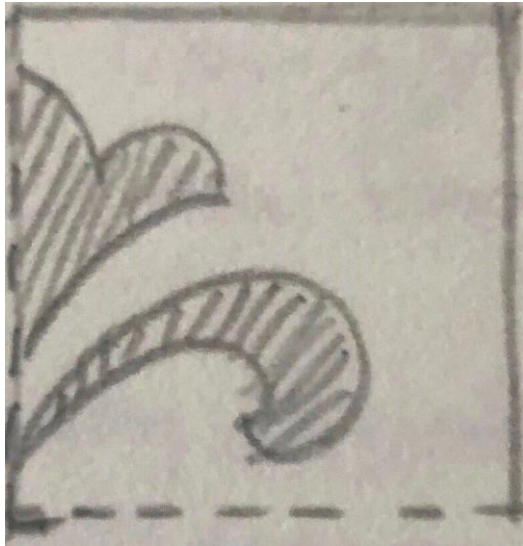
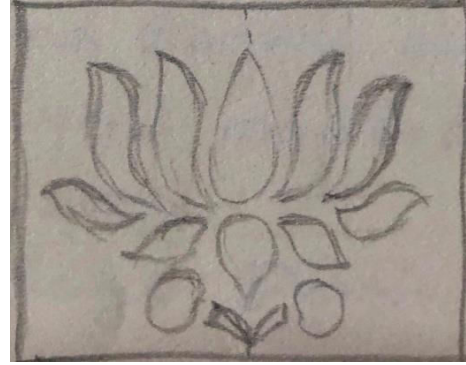
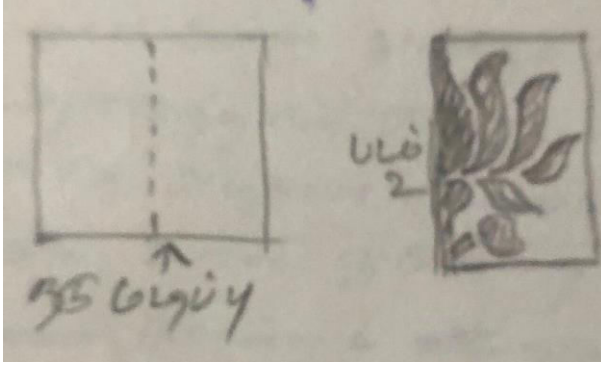
நேர்ப்புள்ளிக் கோட்டுக் கோலம் மற்றும் இடைப்புள்ளி கோட்டுக்கோலங்கள்தான் பெரும்பாலும் கோல ரங்கோலி வரையப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. எங்கள் கோல மென்பொருளில் சுழிக் கோலங்களுக்கும் நிறமிட்டு ரங்கோலி ஆக்கலாம். சில அழகிய கோல ரங்கோலிகளை இங்கு பார்ப்போம். இவை எல்லாமே, நேர்ப்புள்ளி என்றால் நான்கு பக்கப் பார்வையும் ஒன்றாக இருப்பதாகவும், இடைப்புள்ளி என்றால் மூன்று அல்லது ஆறு பக்கப் பார்வையும் ஒன்றாக இருப்பதாகவும் இருக்கின்றன.

தற்காலத்தில் இந்தக் கோல ரங்கோலியைப் பிரபலப்படுத்தியவர் கோலப்புலவர் சாவி தம்பிராசுதான். இவர் இடைப்புள்ளி ரங்கோலிகள் பலவற்றை எளிதாகப் போட ஒரு முறையைக் கூறியுள்ளார். முதலில் கோலத்தின் மையத்தில் ஒரு நட்சத்திர வடிவத்தைப் போட வேண்டும். பிறகு அதைச் சுற்றி ஆறு இடங்களில் ஒரே மாதிரி இடைவெளி விட்டு ஆறு நட்சத்திரங்களைப் போடவேண்டும். இப்போது இந்த நட்சத்திரங்களுக்கும் நடு நட்சத்திரத்திற்கும் இடைப்பட்ட இடங்களை நம் கற்பனைக்கு ஏற்றபடி ஆறு பக்கங்களிலும், அல்லது எதிரெதிர் பக்கங்கள் ஒன்றாக இருக்கும்படிக் கோடுகளால் பிரிக்க வேண்டும். ஒன்று விட்டு ஒன்று ஒரே மாதிரி இருக்கும்படியும் சேர்க்கலாம். இது ஆறு, மூன்று அல்லது இரண்டு பக்கங்களில் பார்த்தால் ஒன்றாகத் தெரியும் கோட்டுக்கோலங்களைத் தரும். இதில் இருக்கும் சீர்மைக்கு ஏற்ப நிறமிட்டால் ரங்கோலி தயார். அவ்வாறு வரைந்தவற்றில் இரண்டை இங்கே காணலாம்.





பின்புல நிறம் ஒன்றாகவும், முன்புலத்தில் சில வடிவங்கள் இருப்பதாகவும் போடப்படும் ரங்கோலிகளைப் போட ஒரு யுக்தி பயன்படுகிறது. இதில் முதலில் பின்புற நிறப் பொடி தூவிக்கொள்ள வேண்டும். பின் காகிதத்தில் தேவையான வடிவங்கள் வரையப்பட்டு, அவை கத்தரித்து நீக்கப்படுகின்றன. அந்தக் காகிதத்தை வைத்து, அதன் மேல் வண்ணப்பொடியைச் சல்லடையால் தூவும்போது அந்த வடிவம் மட்டும் தூவும் நிறத்தில் அழகாக விழுகிறது. காகிதத்தை இரண்டாக அல்லது நான்காக மடித்து வடிவத்தைக் கத்தரித்து நீக்கினால், வரும் வடிவம் இரண்டு அல்லது நான்கு பக்கச் சீர்மையுடன் வரும்.



கோல ரங்கோலி போடும்போது பல வண்ணங்களில் போடுவது அழகாக இருக்கும். சில சமயங்களில் பல நிறப் பொடிகள் தீர்ந்துபோய் விடும். அப்போது இருக்கும் குறைவான நிறப் பொடிகளை வைத்து ரங்கோலியைப் போடமுடியுமா என்ற சந்தேகம் வரும். ரங்கோலியில் நிறங்கள் இடும்போது கடைபிடிக்க வேண்டிய விதி இது. அடுத்தடுத்து இருக்கும் பரப்புகளுக்கு தனித்தனி நிறங்கள் கொடுக்க வேண்டும். இதனால் கோலத்தைப் பொருத்து தேவையான நிறங்களின் எண்ணிக்கை வேறுபடும் அல்லவா? இத்தனை நிறங்கள் இருந்தால் எந்தக் கோல ரங்கோலிக்கும் நிறமிட முடியும் என்று கூற முடியுமா? முடியும். நான்கு நிறங்களே போதுமானது என்று ஒரு கணிதவியல் முடிவு இருக்கிறது! என்ன? ஆச்சரியமாக இருக்கிறதா? இன்னொரு ஆச்சரியமான செய்திகூட இருக்கிறது. இந்த முடிவின் நிரூபண முறை மற்ற நிரூபண முறைகளைப் போல் காகிதத்தில் வரி வரியாக எழுதப்பட்டது இல்லை. பல மணி நேரக் கணிப்பொறியின் உழைப்பு இதற்கான நிரூபணத்தில் அடங்கியுள்ளது. இது ஒரு புதுமையான நிரூபண முறை. இப்படி எதையும் இதற்கு முன் பார்த்ததில்லை அல்லவா!

நேர் மேல் கோலம், நீர் அடிக் கோலம் என்றாலும், அவை கோல ரங்கோலிகள்தான்.

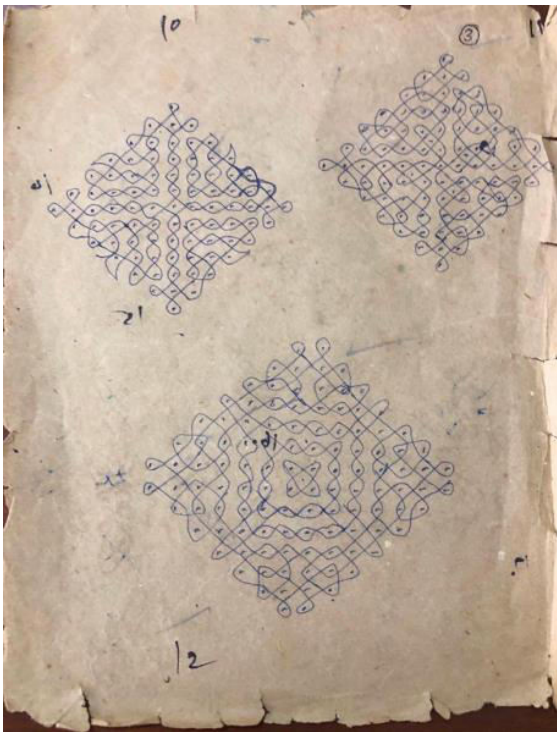
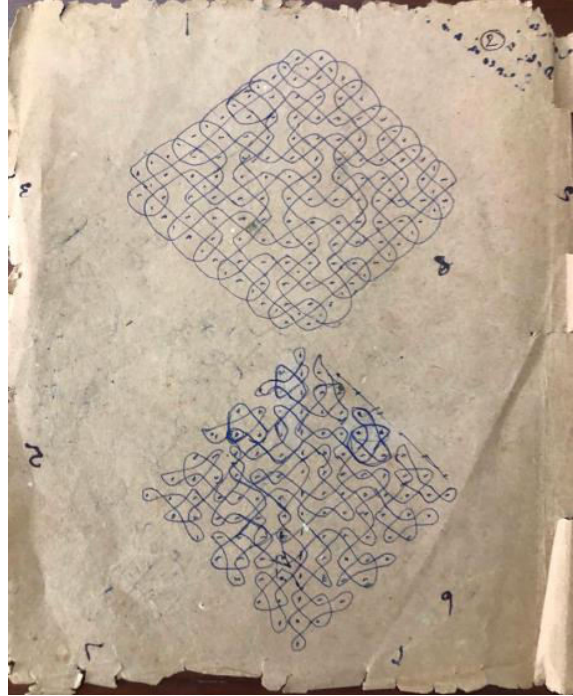
20. ஒரு கோல நோட்டு

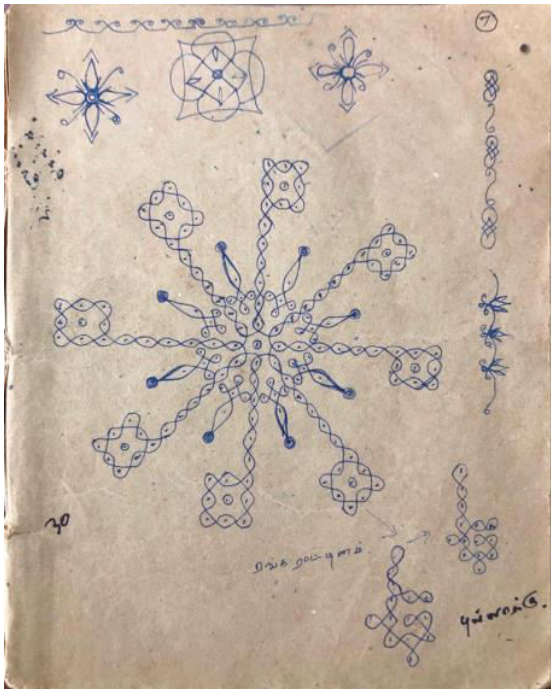
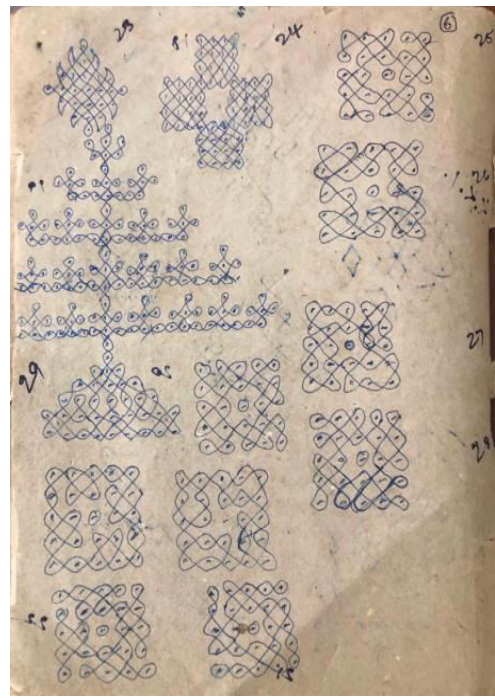
கோலப் புத்தகங்களை வாங்கப் பலராலும் முடியாது. மேலும் அவற்றில் குறிப்பிட்ட அளவில்தான் கோலங்கள் இருக்கும். இதை நம் பெண்கள் சமாளித்த விதம்தான் இந்தக் கோல நோட்டுகள். கோலத்தில் ஆர்வமுள்ள ஒவ்வொரு பெண்ணிடமும் குறைந்தது ஒன்றிரண்டு நோட்டுகள் இருக்கும். இதில் அவர்கள் பார்த்து, அவர்களுக்குப் பிடித்த கோலங்களை அவ்வப்போது வரைந்துவைத்துக்கொள்வார்கள். சில கோலங்களில் ஒரு பகுதி மட்டும் போட்டுவைத்துக்கொள்வார்கள். மீதியை அதைப் பார்த்து கோலம் போடும்போது நிரப்பிக்கொள்வார்கள். எத்தனை புள்ளியில் ஆரம்பித்து நடுவில் எத்தனை புள்ளியில் நிறுத்த வேண்டும் என்பதையும் தேவையான இடங்களில் குறித்துவைப்பார்கள். கோலத்திற்குப் பெயர் இருந்தால் அதுவும் அங்கு இருக்கும்.

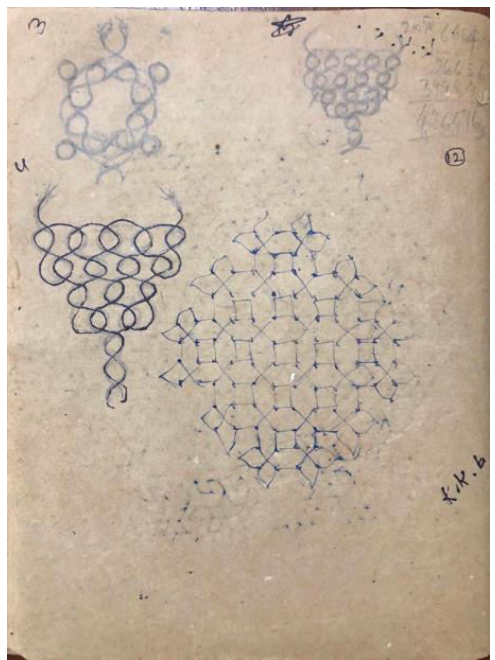
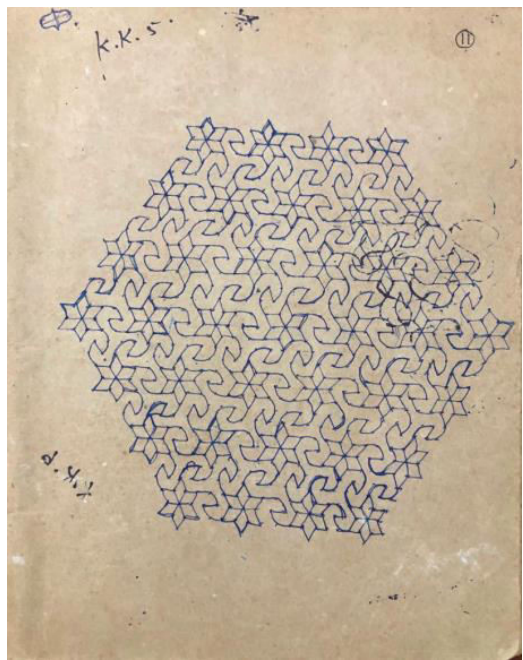
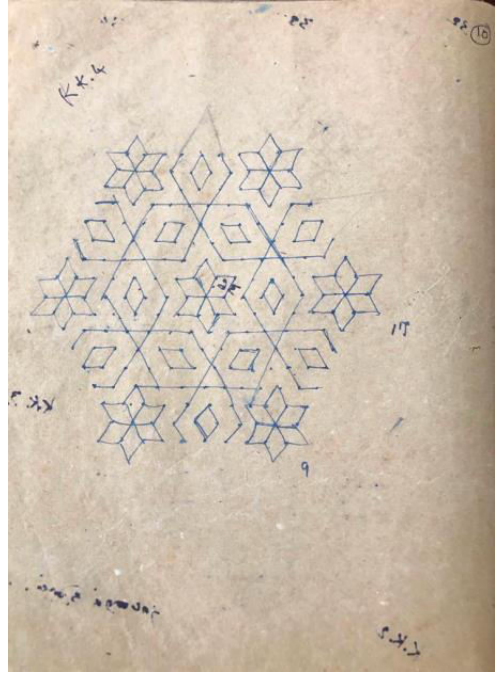
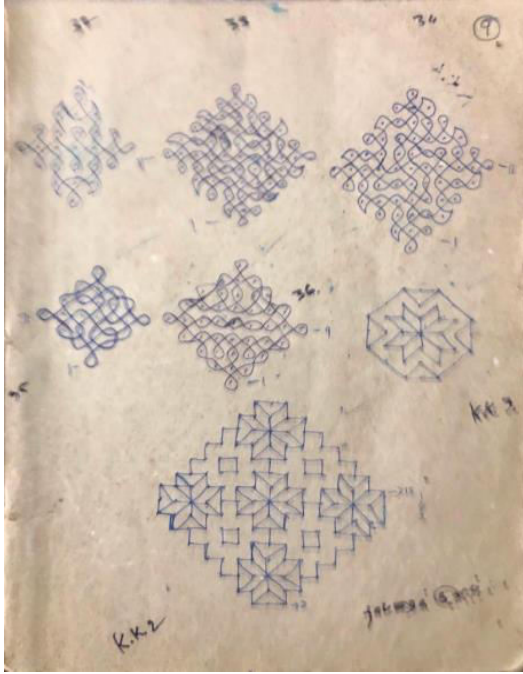
இந்த நோட்டைப் பெரும்பாலும் அடுத்தவர்களுக்கு இரவல் தரமாட்டார்கள். ஏனென்றால் அது சில சமயம் திரும்ப வராது. அதனால் அதைப் பொக்கிஷமாகப் பாதுகாப்பார்கள். என்னுடைய முதல் கோல நோட்டு திரும்ப வரவில்லை. இரண்டு மூன்றாவது நோட்டுகள் மட்டும் இருக்கின்றன. இதில் இரண்டாவது நோட்டில் கோலம் போட்டது ஆயிரத்துத் தொள்ளாயிரத்து அறுபதுகளின் ஆரம்பத்தில். ஆரம்பிக்கும்போது சிங்கம்புணரியில் இருந்தேன். இந்த நோட்டின் பக்கங்கள் இந்த அத்தியாயத்தில் இருக்கிறது. ஏற்கனவே காகிதம் பளுப்பு. அதிலும் அறுபது வயதானது. அதனால் பின்புலம் பளுப்பாக உள்ளது. ஒரு பக்கத்தில் உள்ள மை சிறிது ஊறி, பின்புறத்தில் கொஞ்சம் காணப்படுவதைப் பார்க்கலாம்.

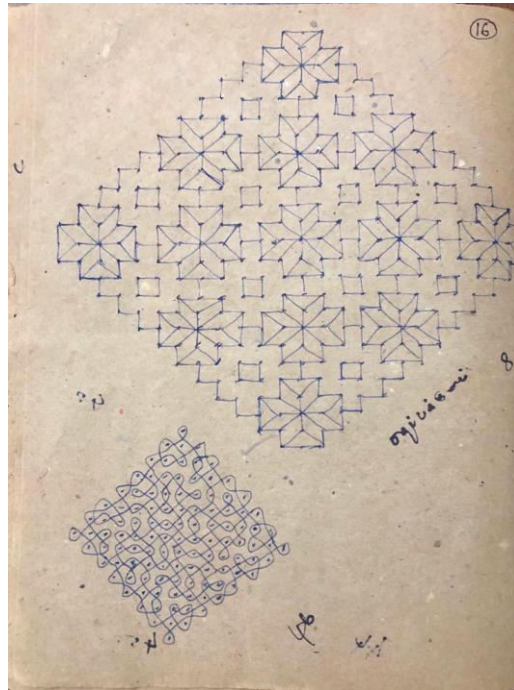
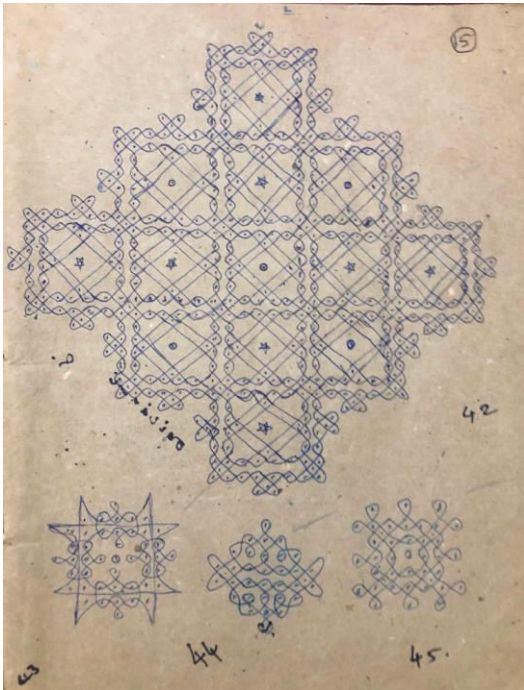
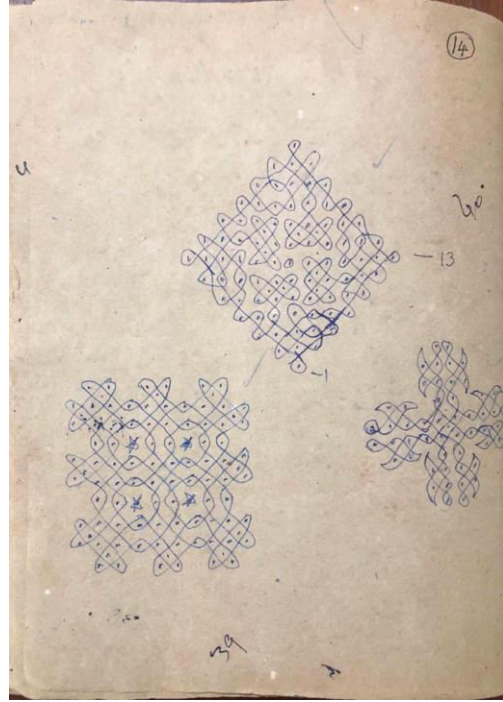
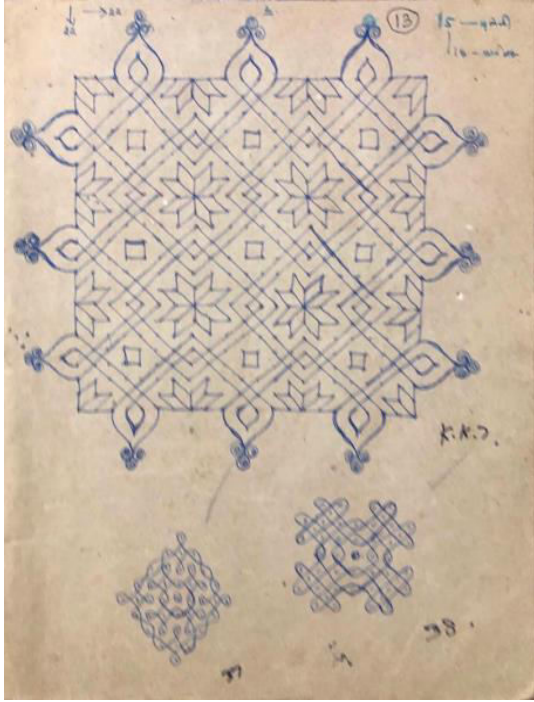
இதில் உள்ள பக்க எண்கள் இப்போது நான் கொடுத்தவை. அதில் உள்ள கோல எண்கள் முன்பே கொடுக்கப்பட்டவை. k.k. என்பதுடன் எண்கள் இருப்பது, ஒரு சிநேகிதி பிரதி எடுத்துக்கொள்ள தேர்வுசெய்துவைக்கப்பட்டவை. பென்சிலால் டிக் செய்யப்பட்டவை மற்றொரு சிநேகிதியின் தேர்வுகள்.

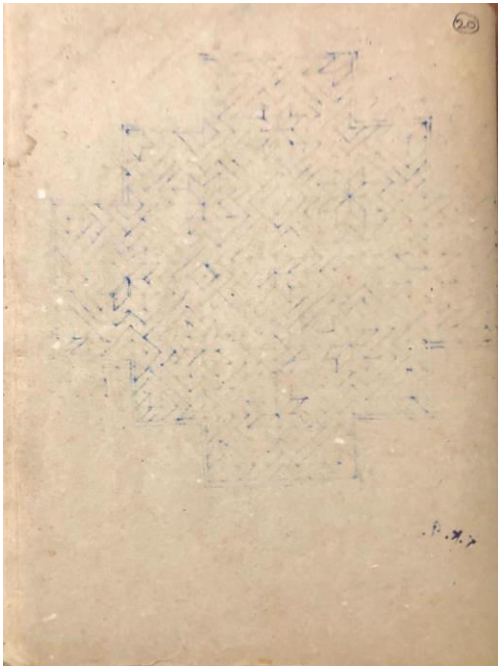
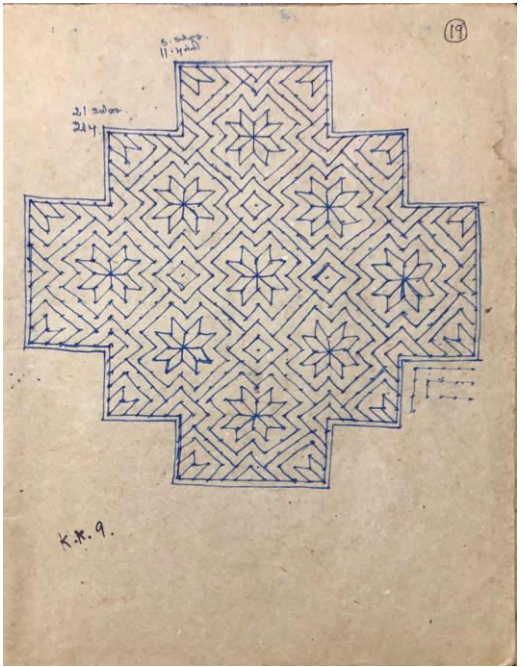
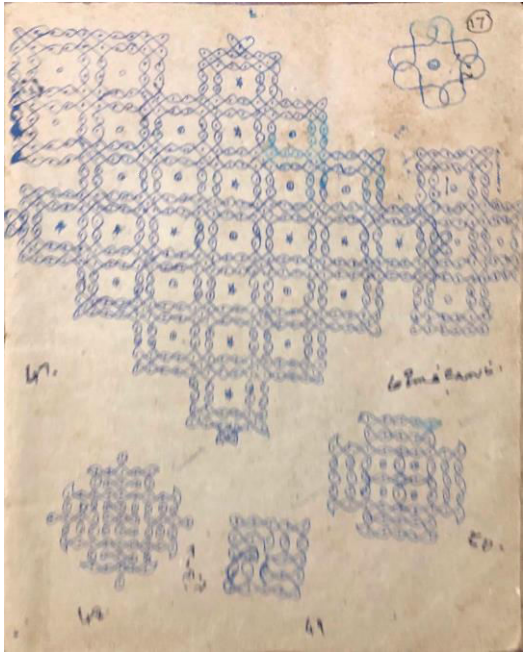
இந்த நோட்டில் உள்ள கோலங்கள் பலவகைப்பட்டவைகளாக இருப்பதைக் காணலாம். இவை என் இருபதாம் வயதுகளின் தொடக்கத்தில் வரையப்பட்டவை. அதனால்தான் பெரும்பாலும் எல்லாக் கோலங்களுமே முழுமையாக வரையப்பட்டுள்ளன. பெரிய கோலங்களை வரைய, பொறுமை தேவை என்பது இந்தக் கோலங்களைப் பார்த்தாலே புரியும்.

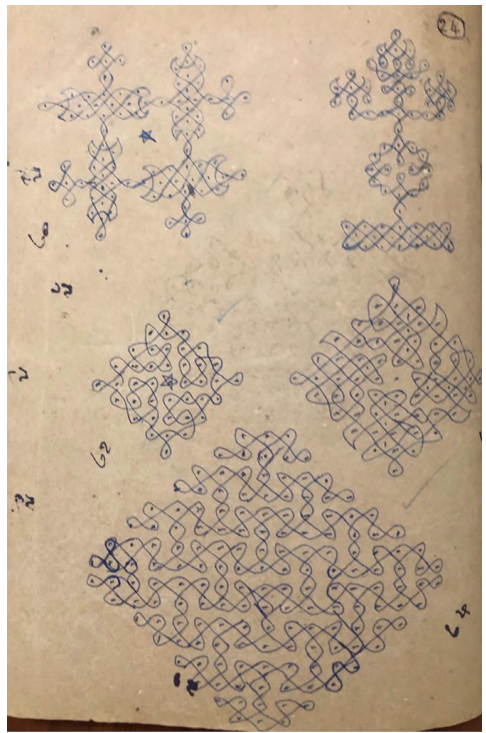
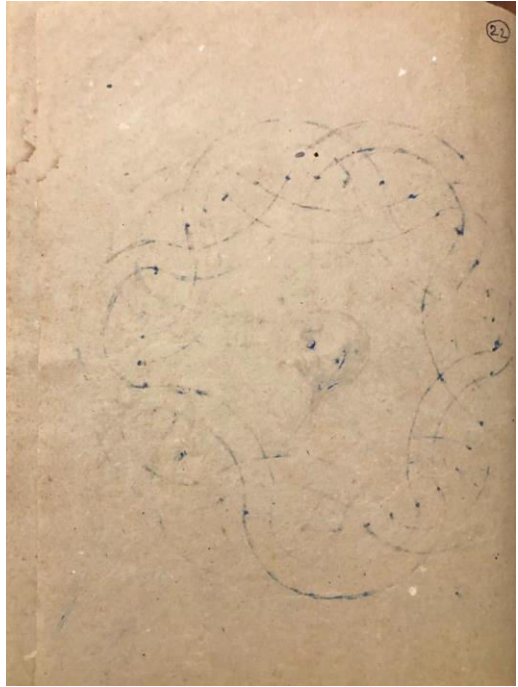
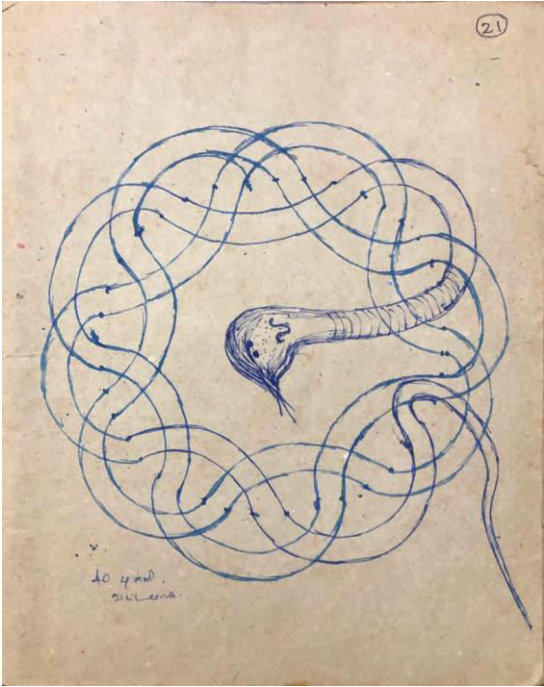


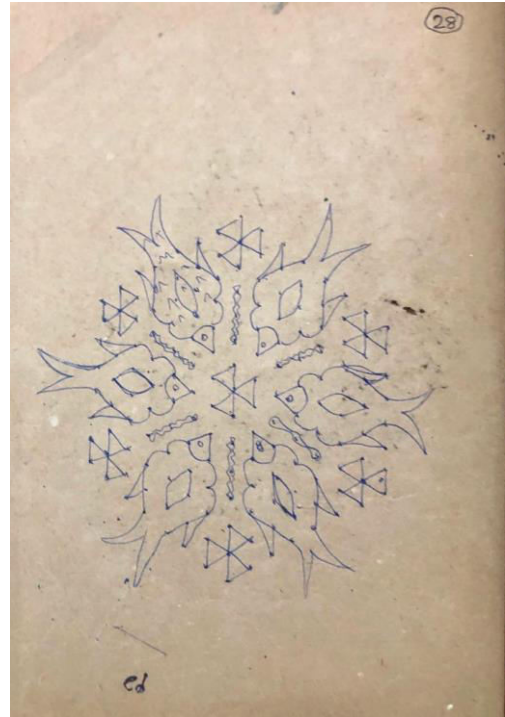
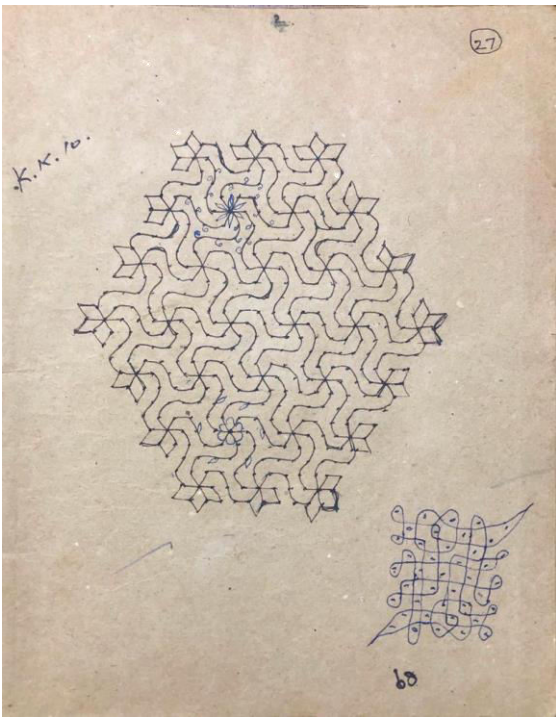
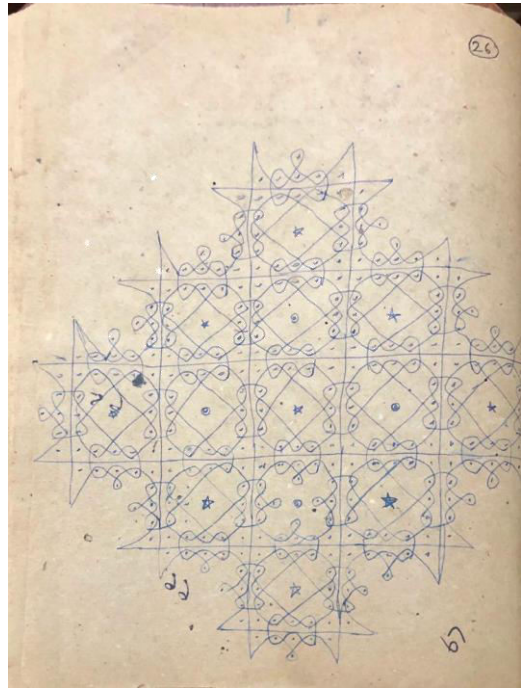
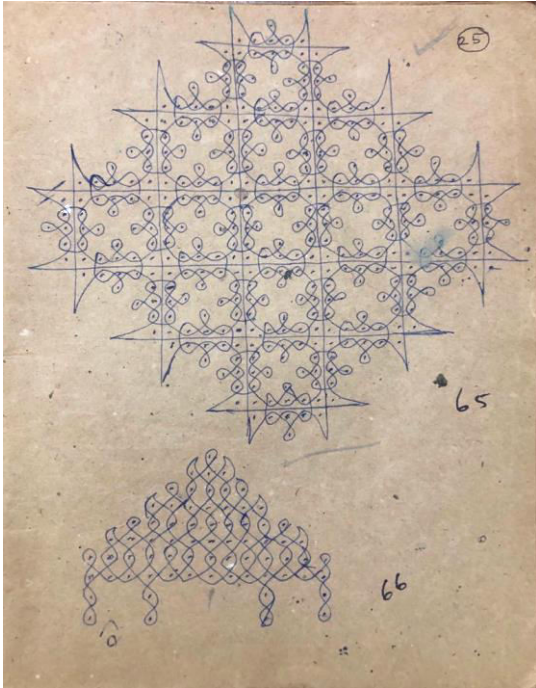


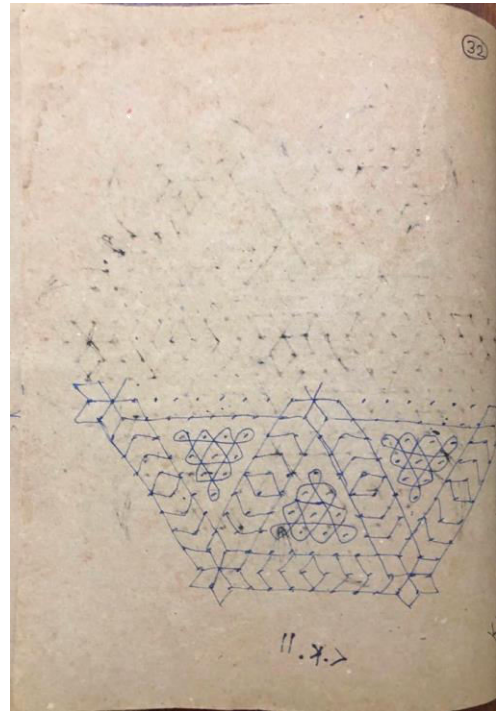
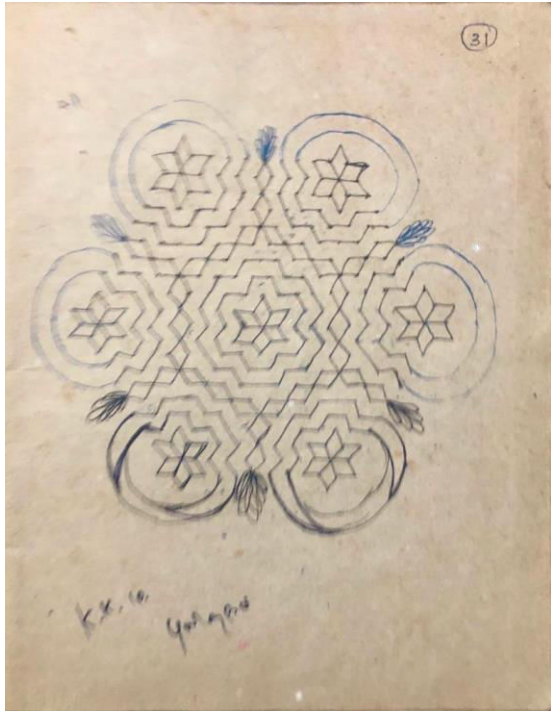
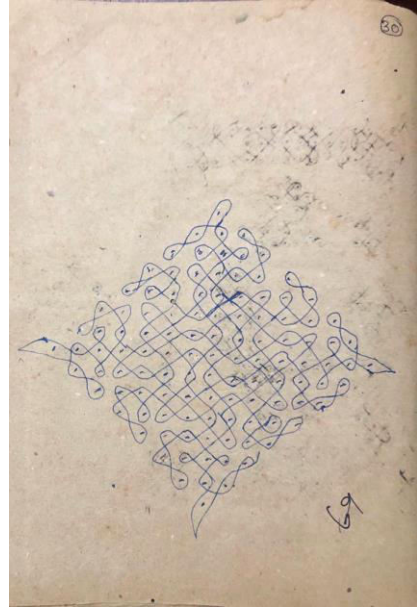
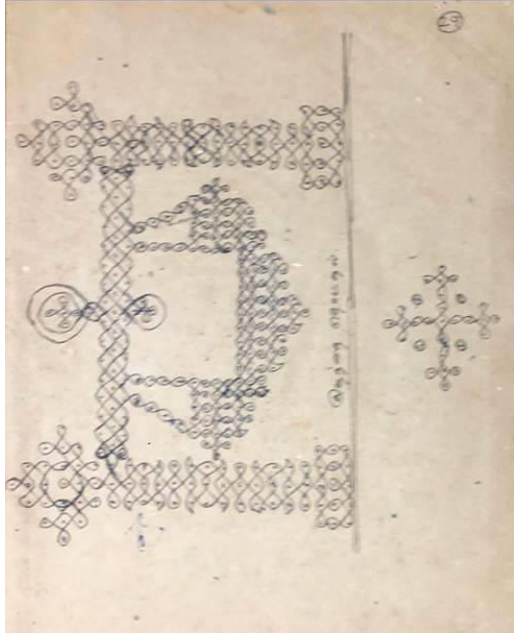


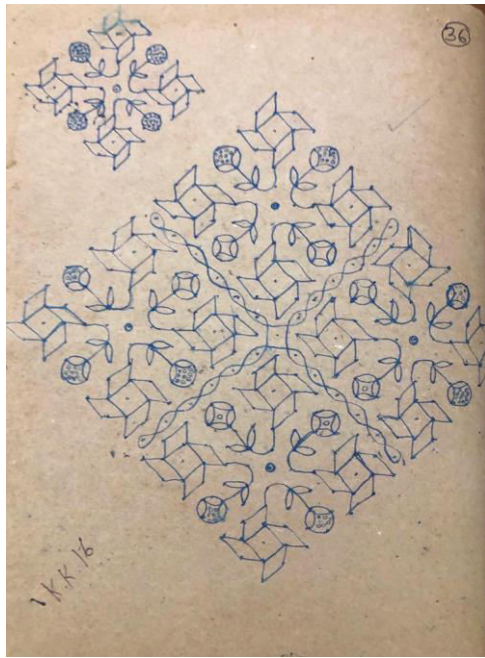
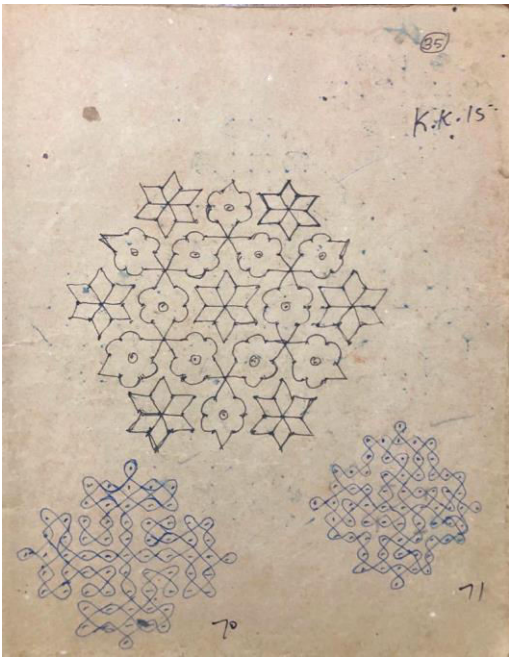
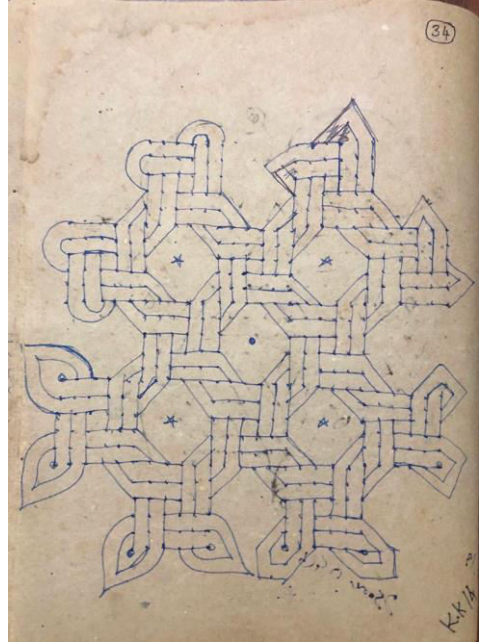
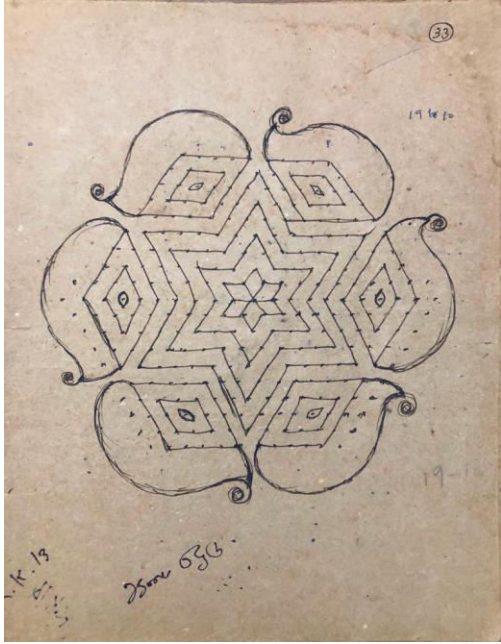


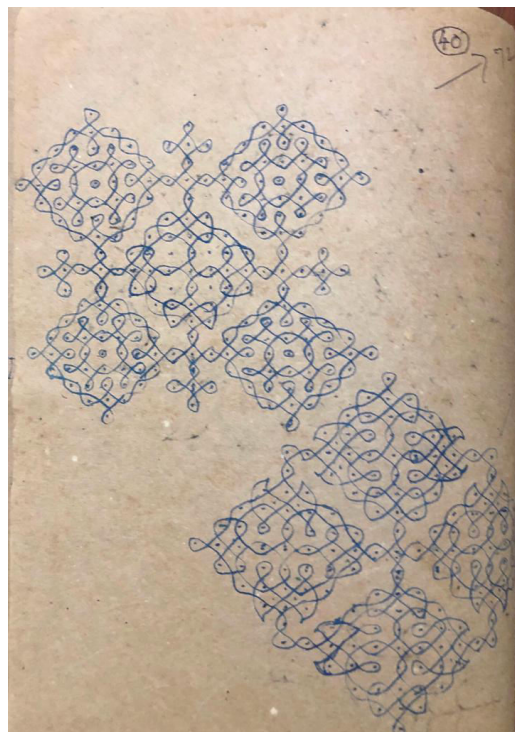
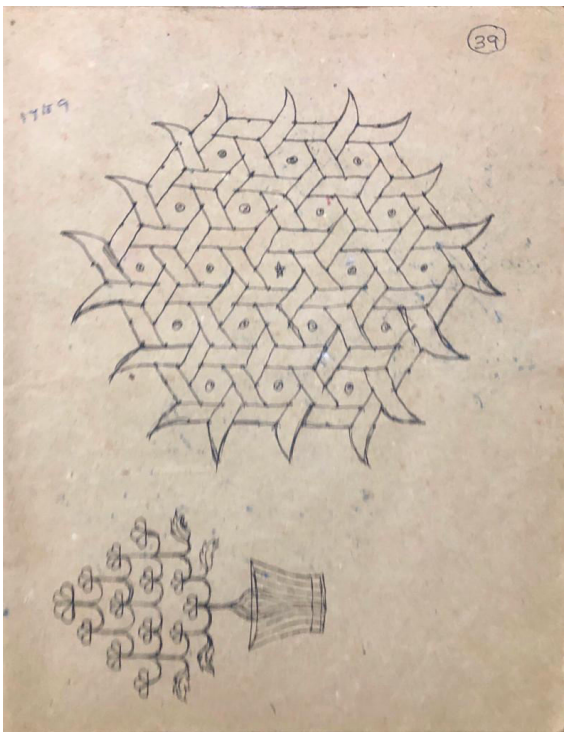
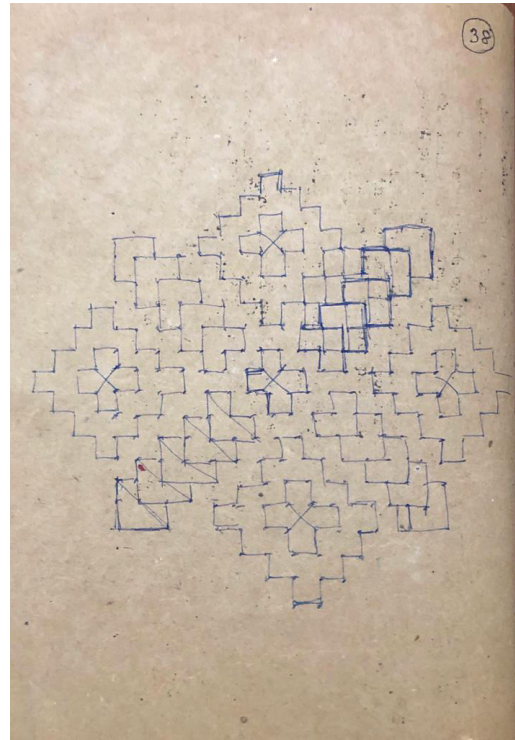
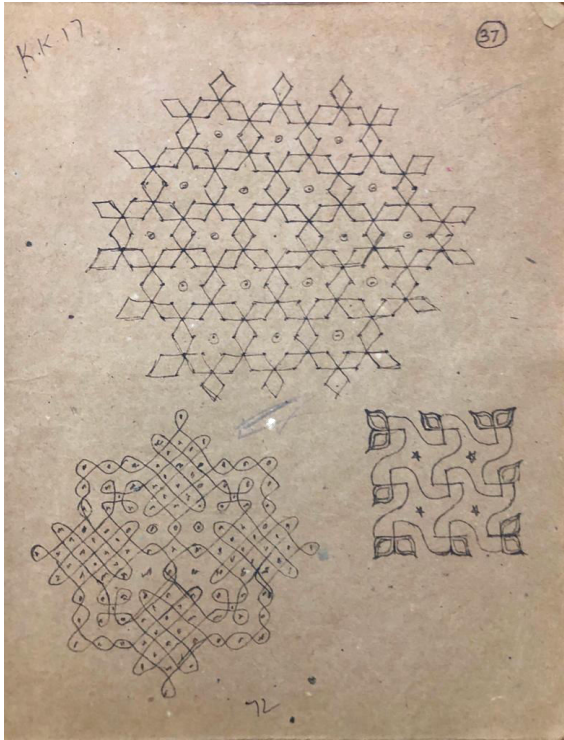


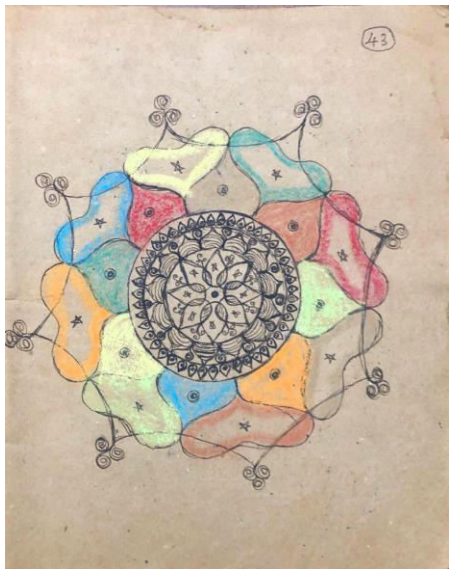
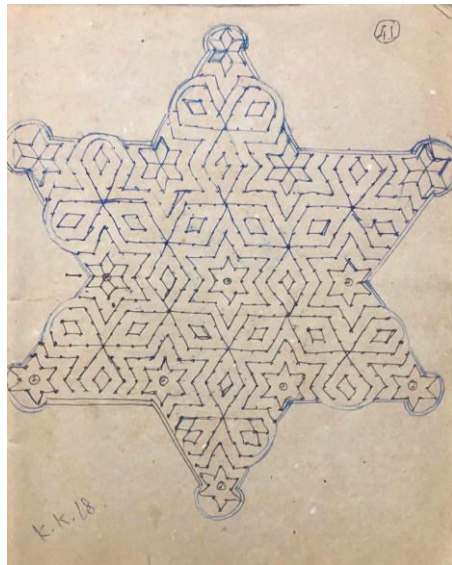


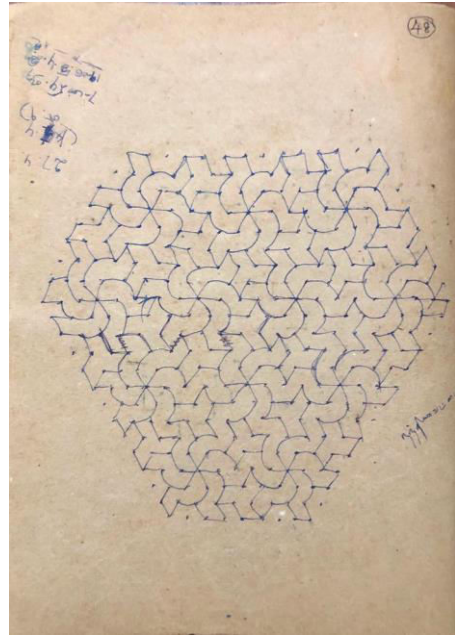
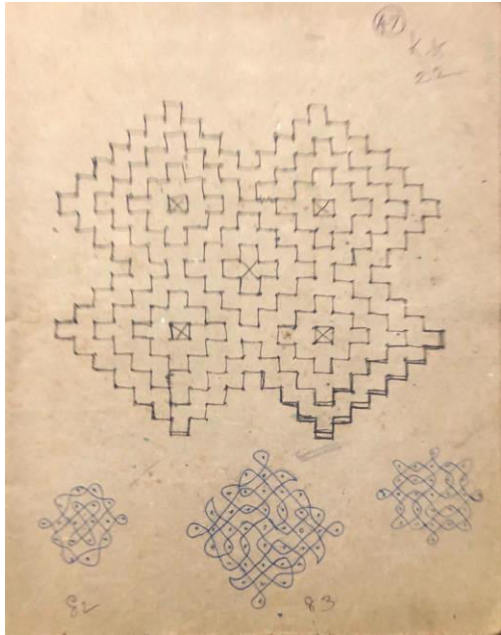
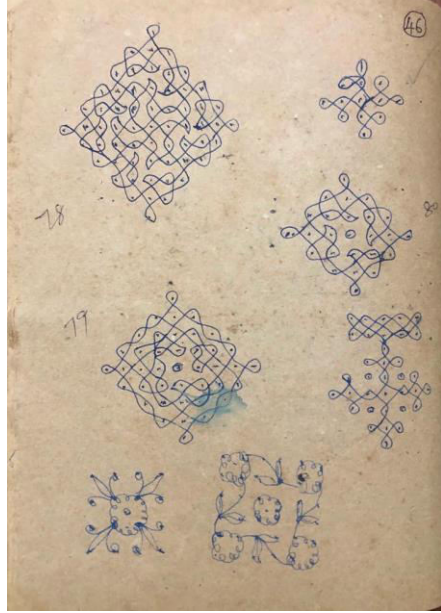
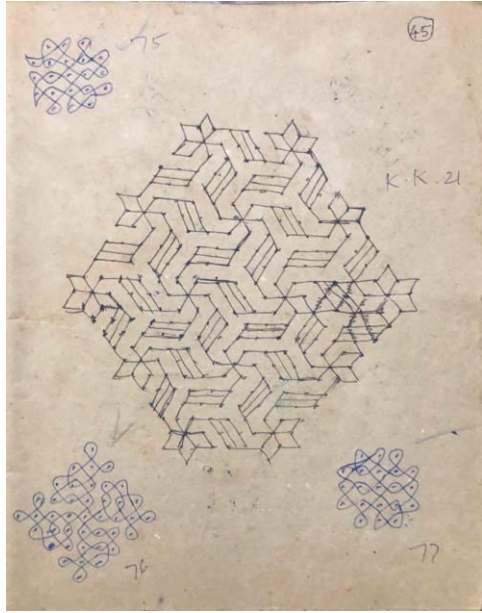


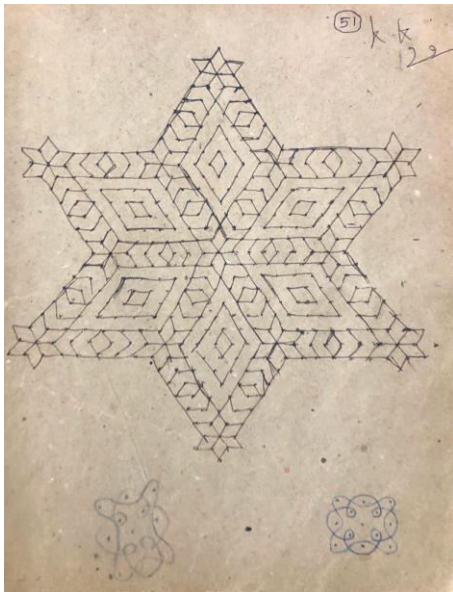
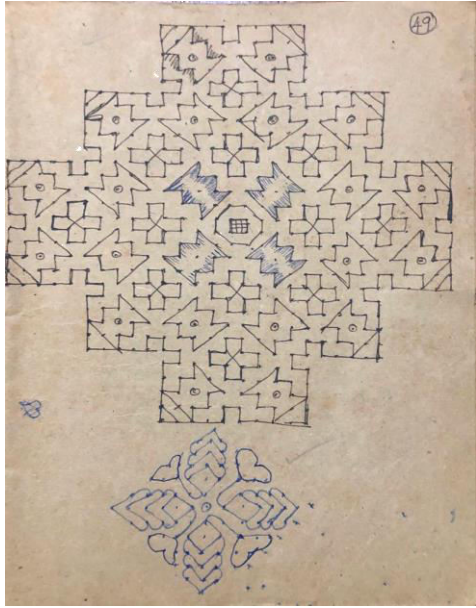


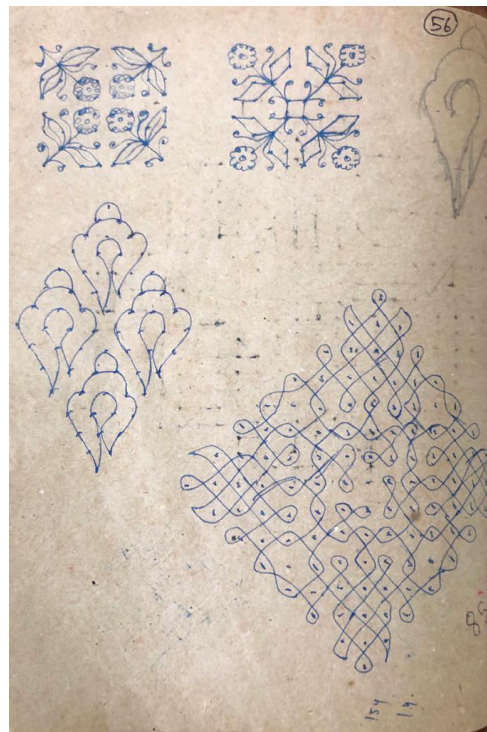
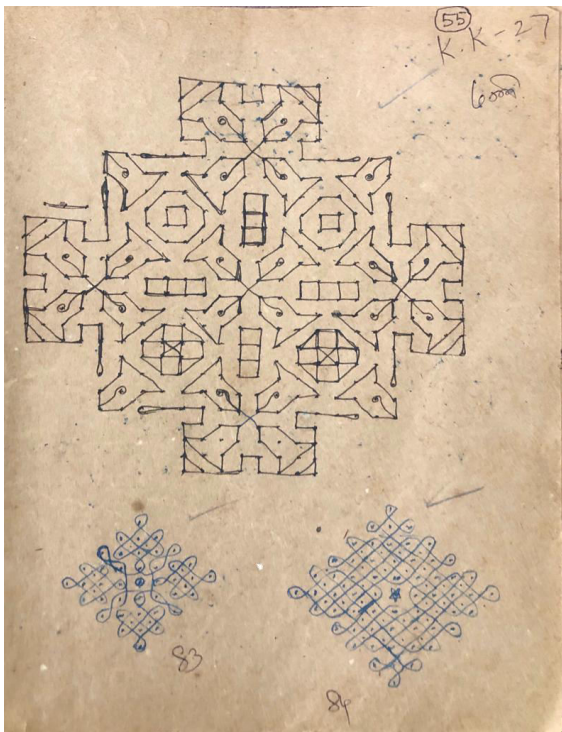
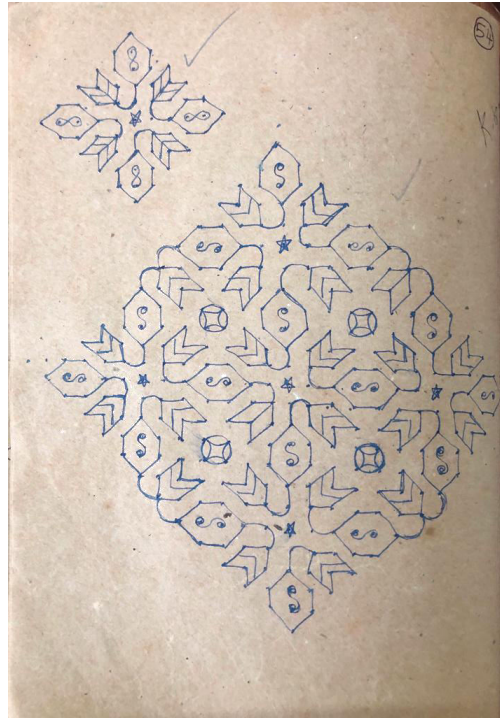
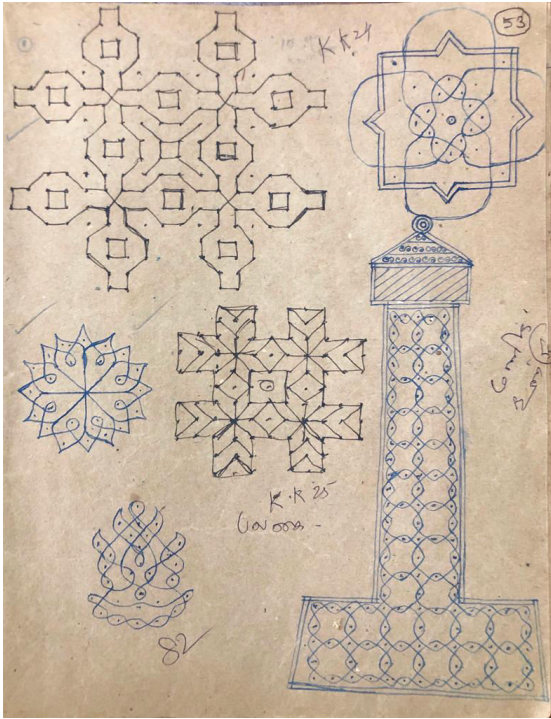


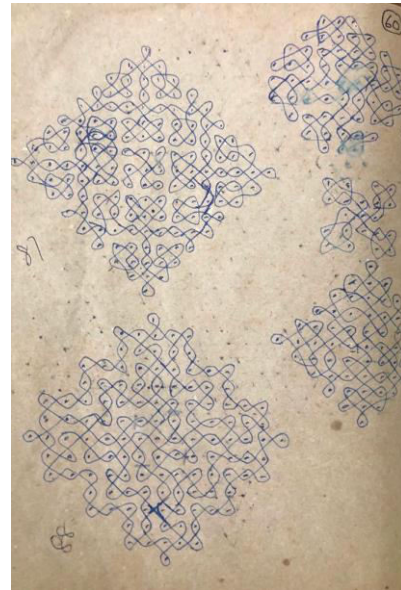
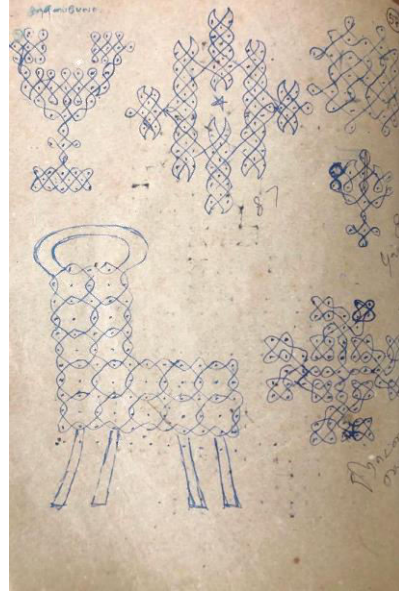
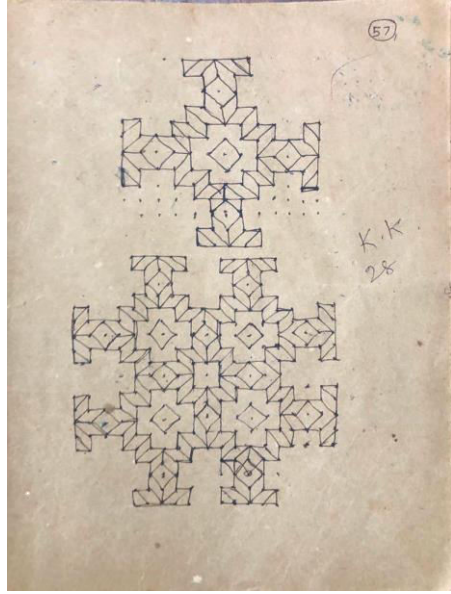


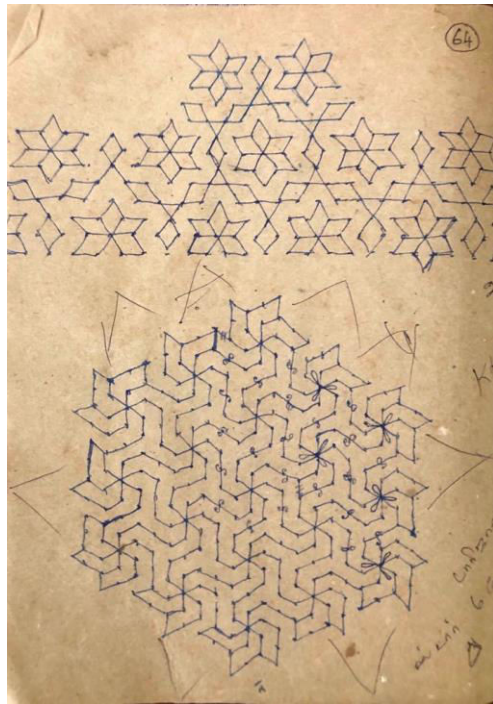
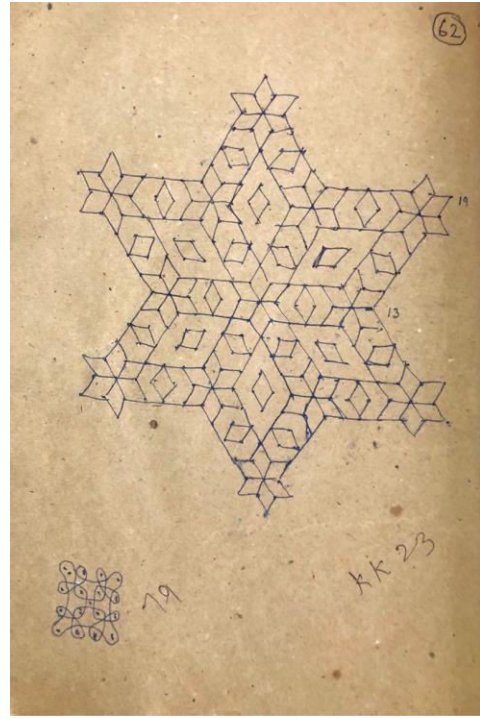
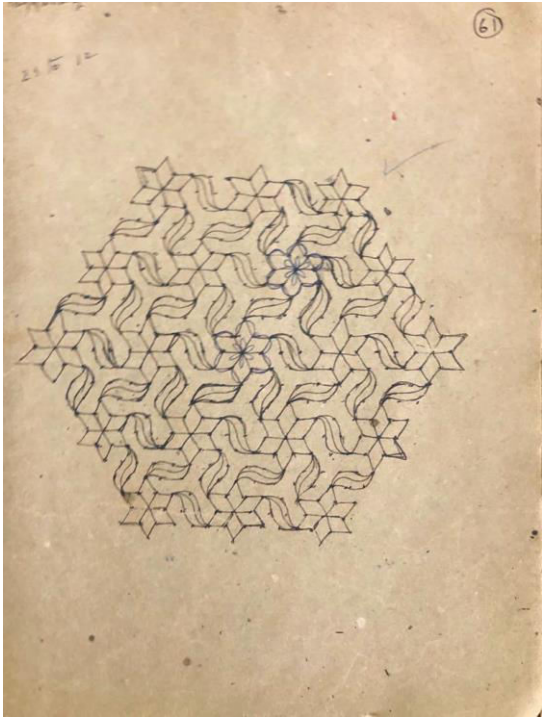


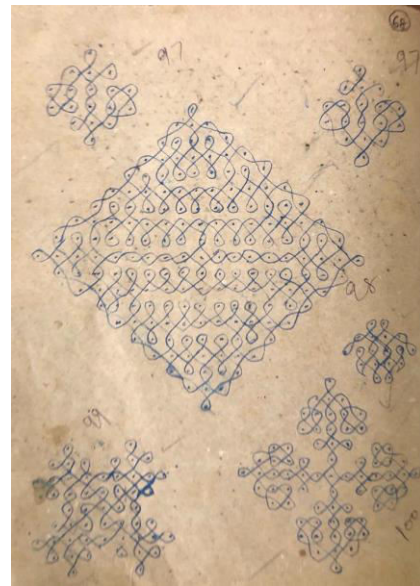
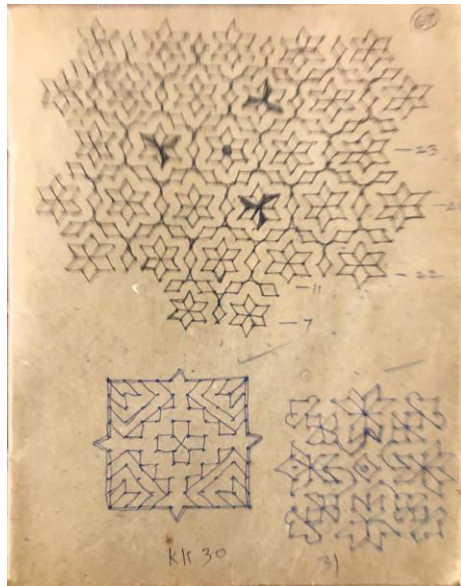
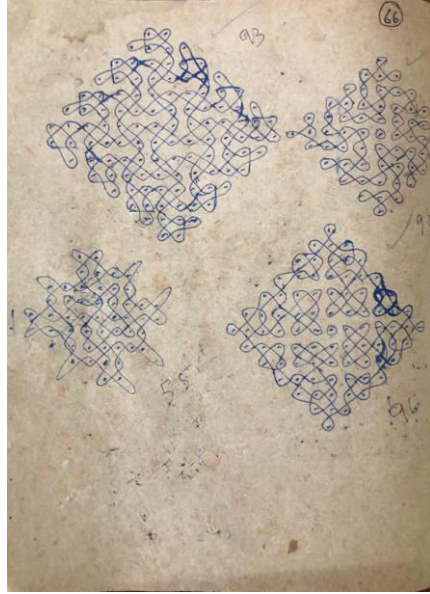
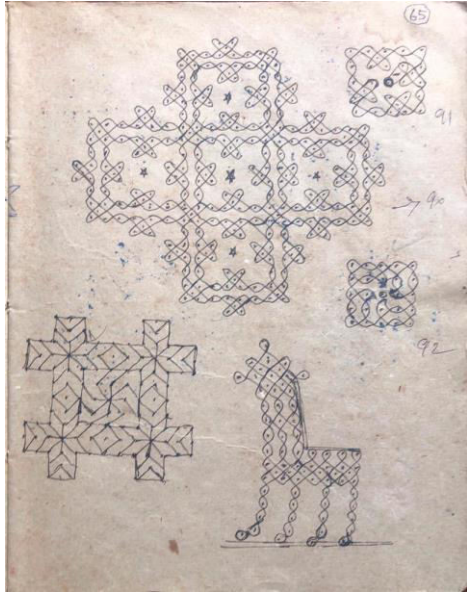


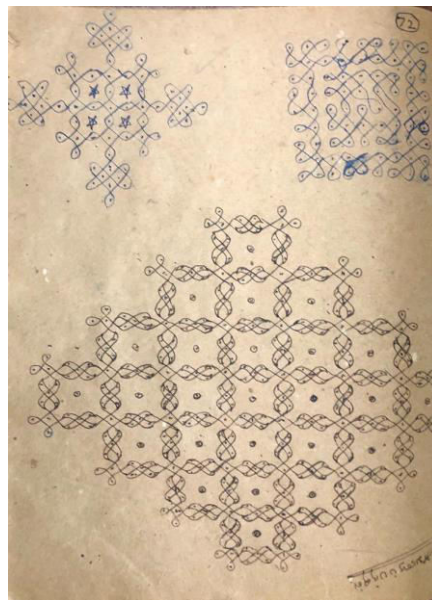
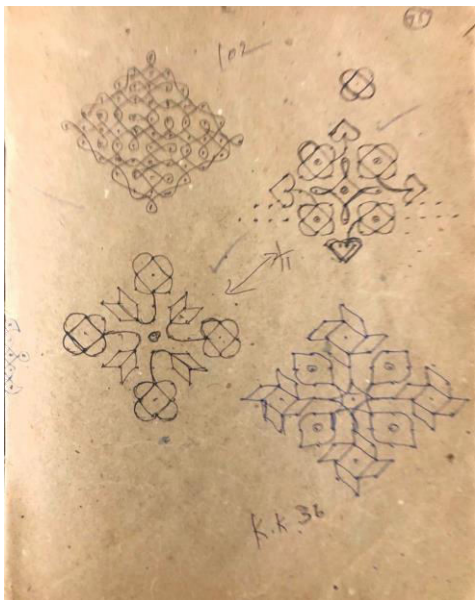
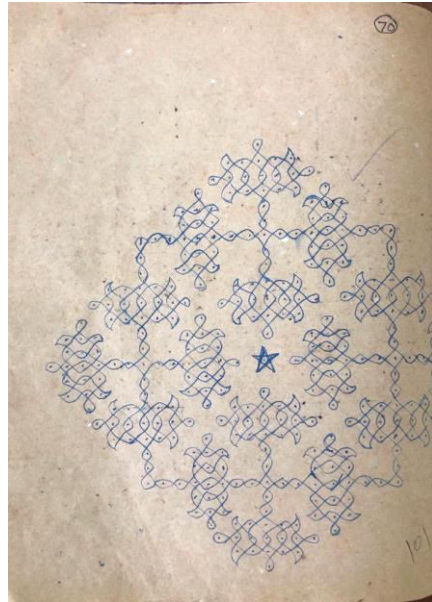
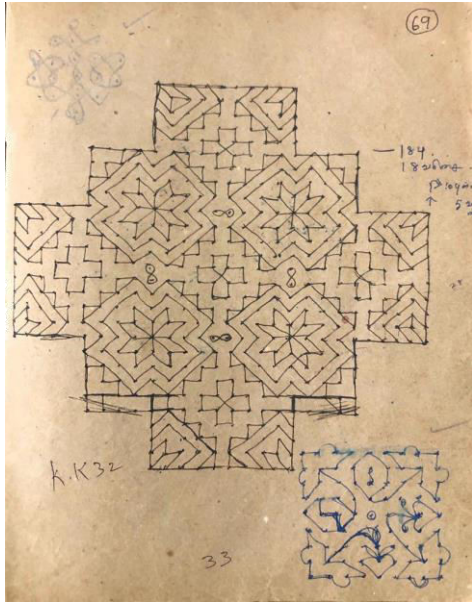


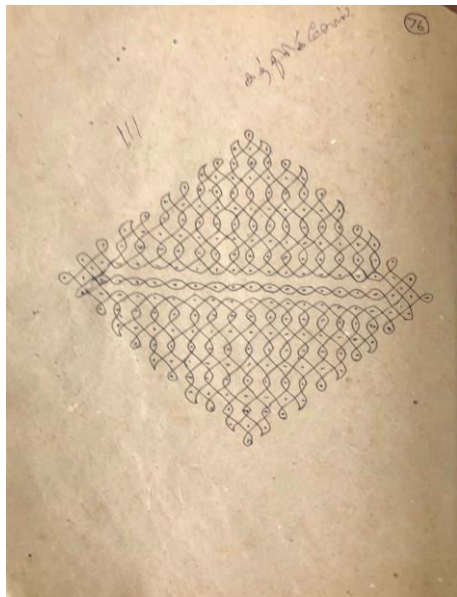
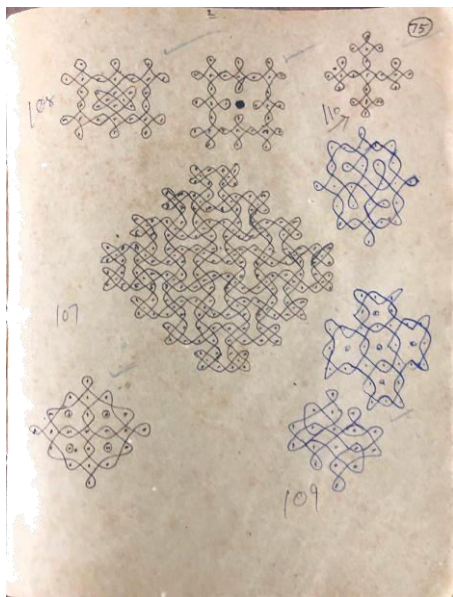
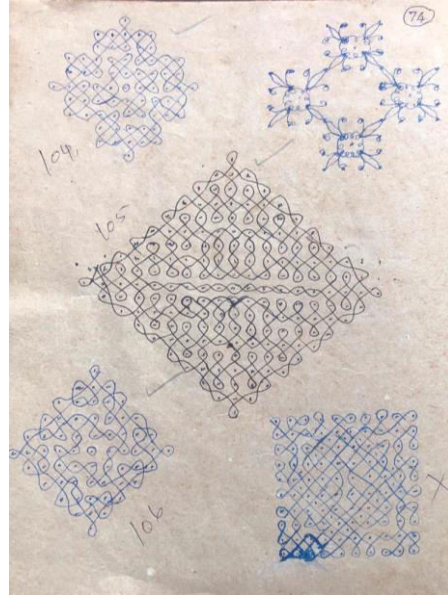
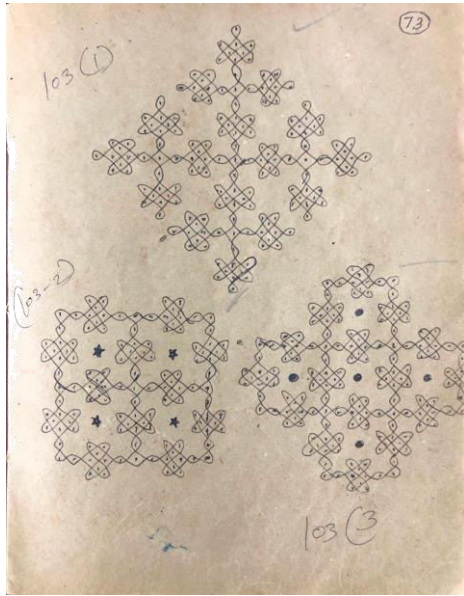


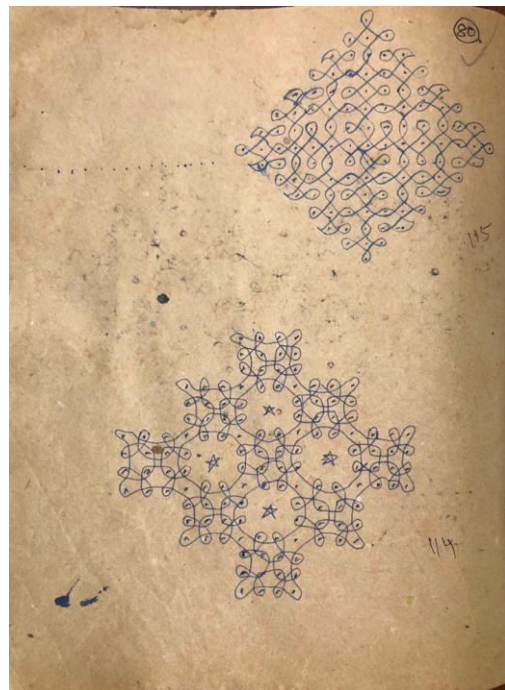
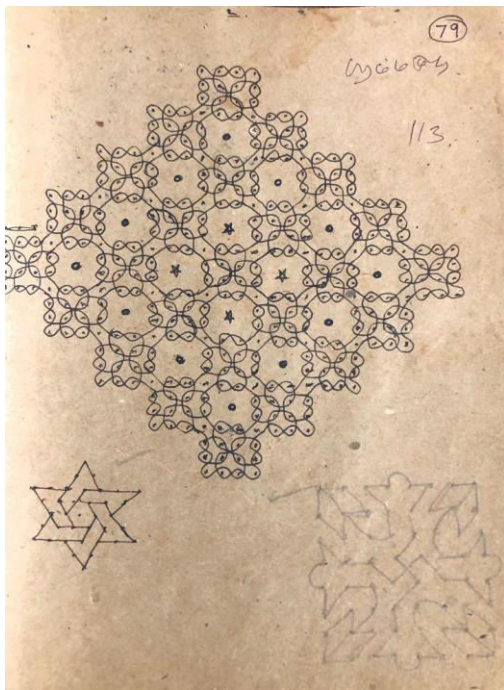
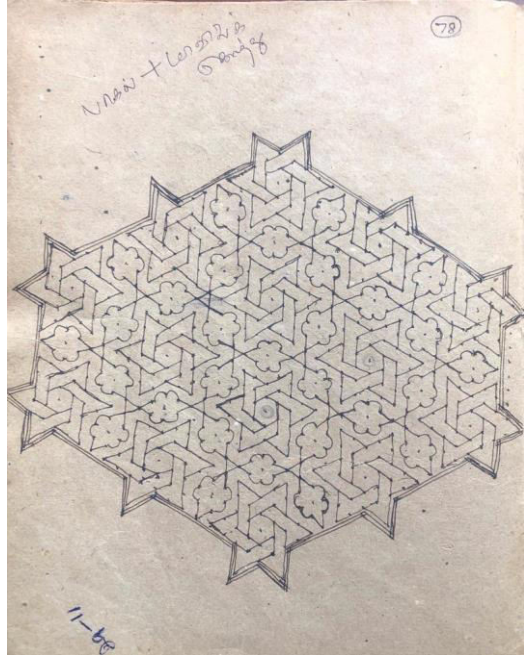
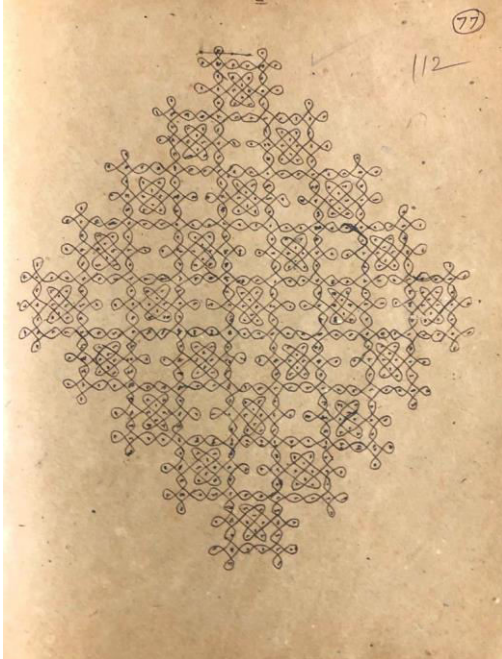


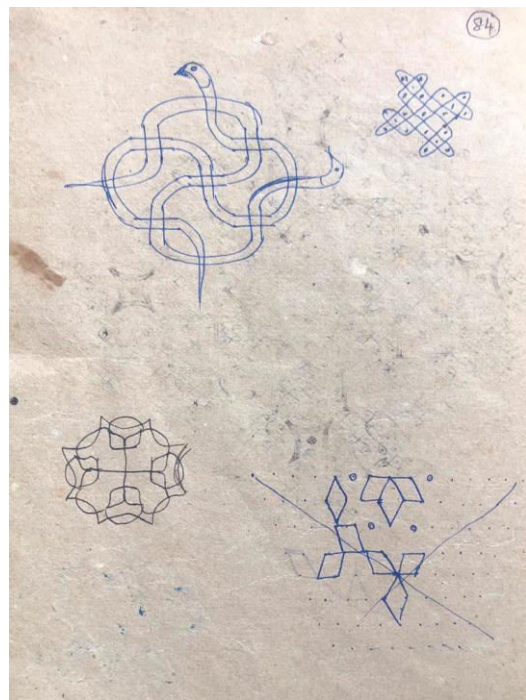
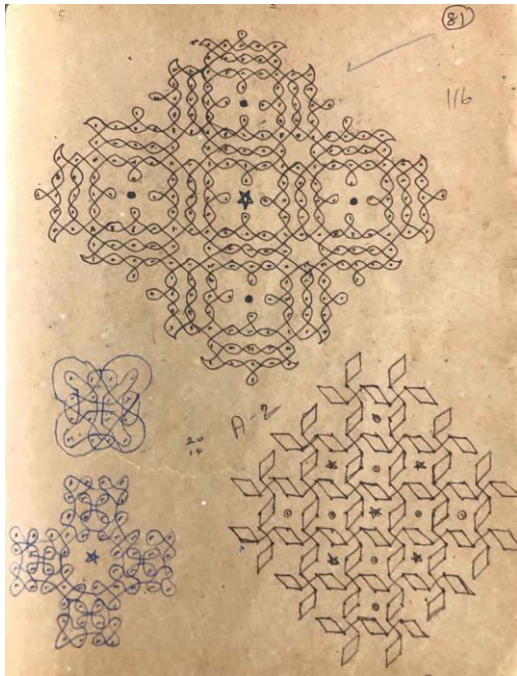


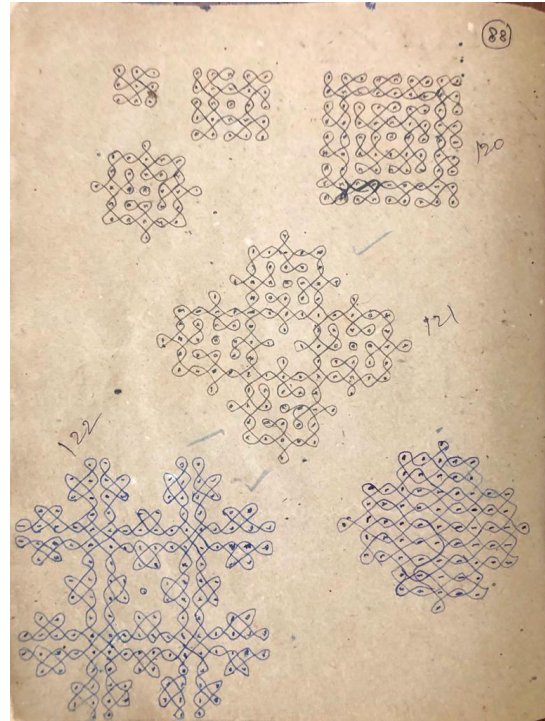
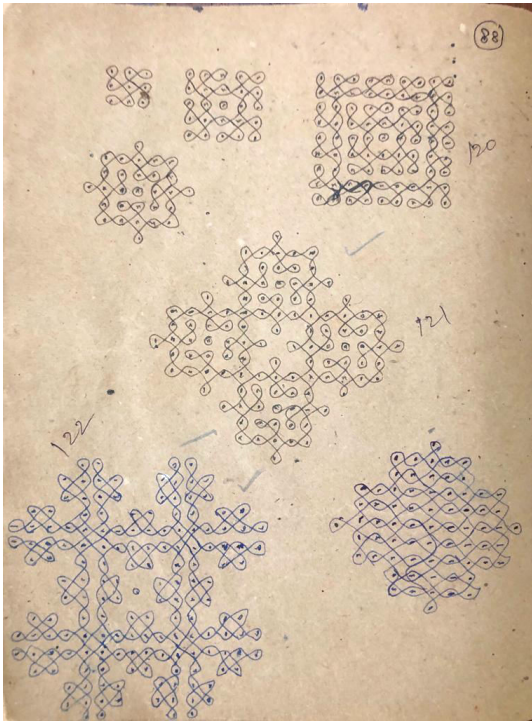
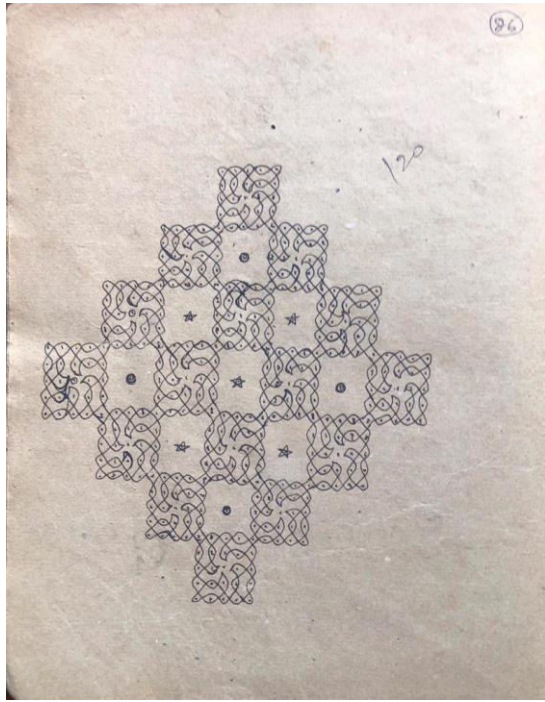
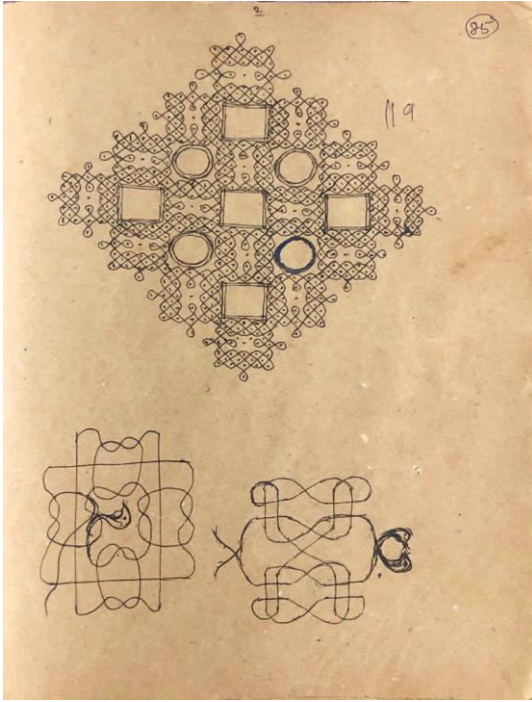


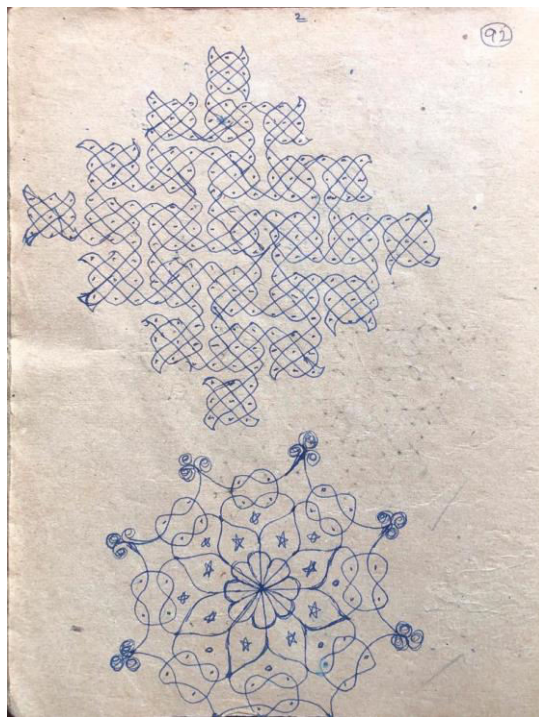
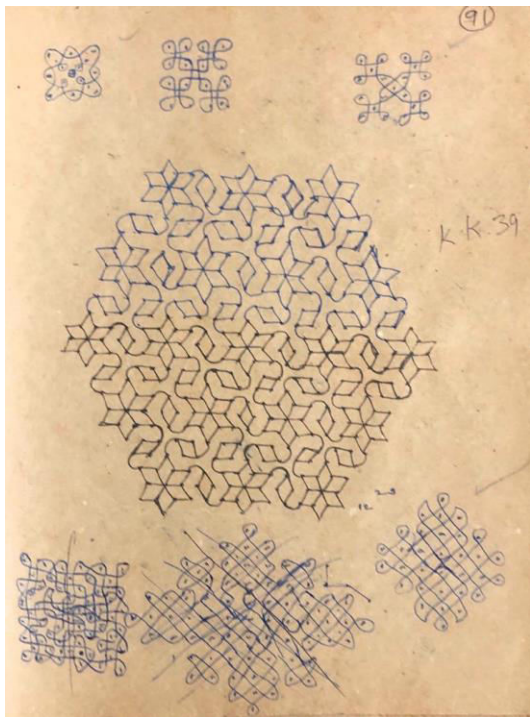
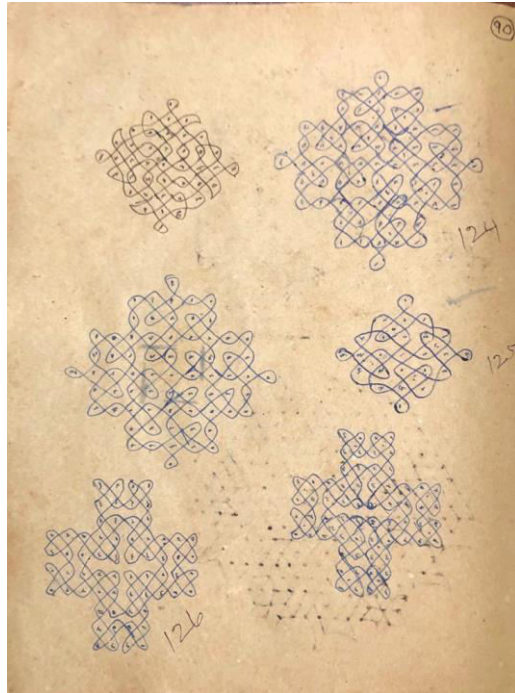
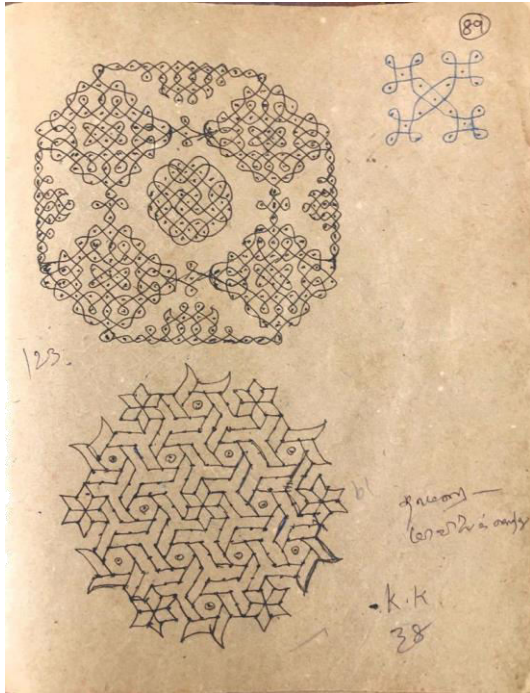


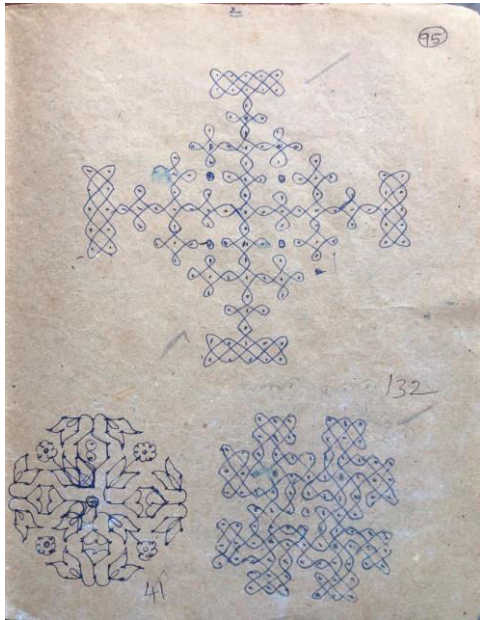
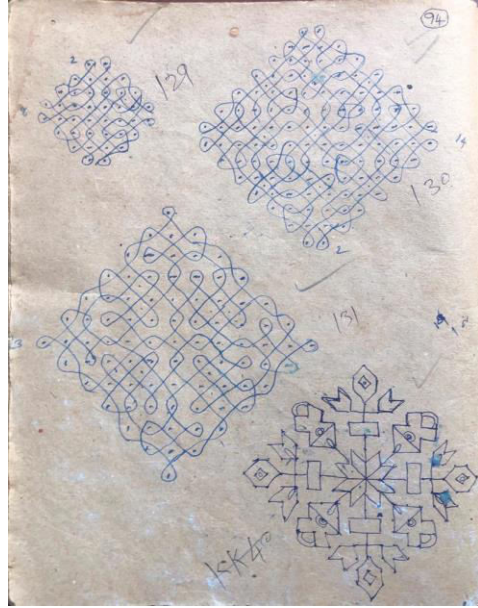
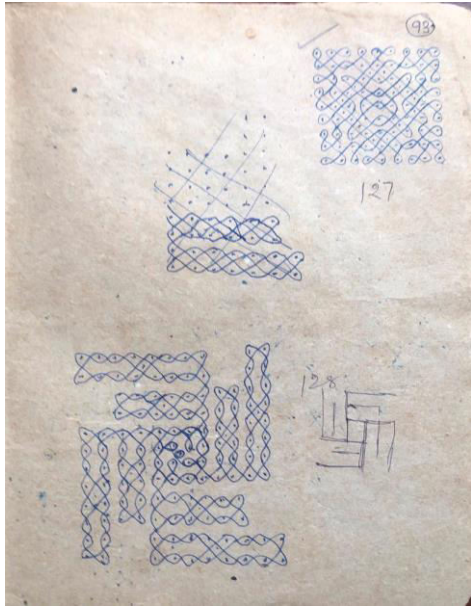


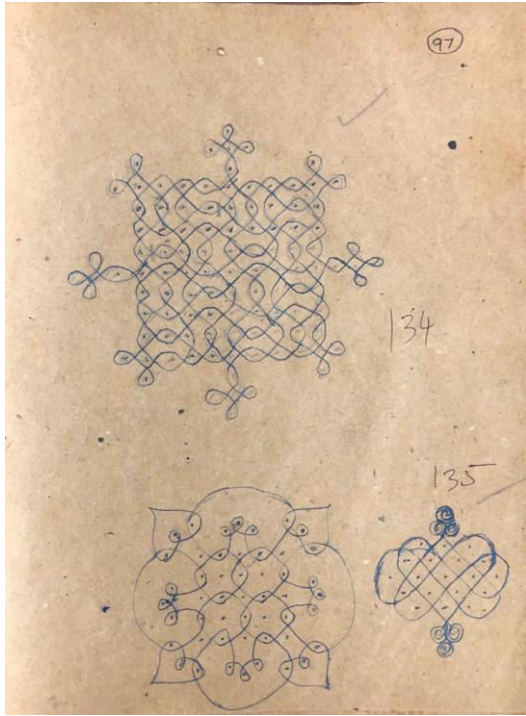


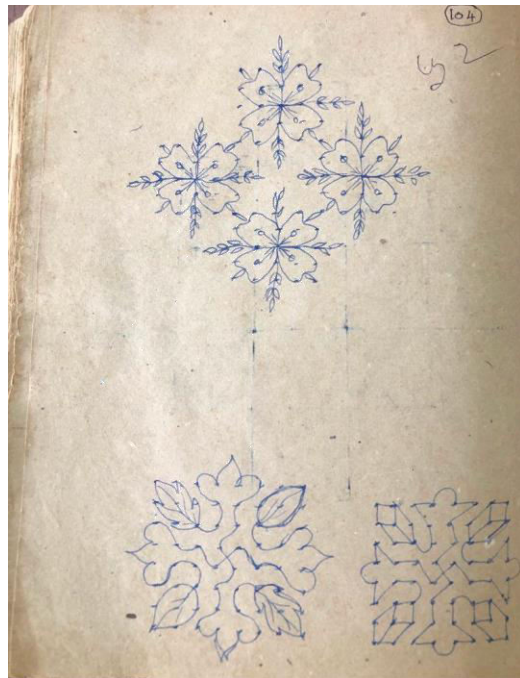
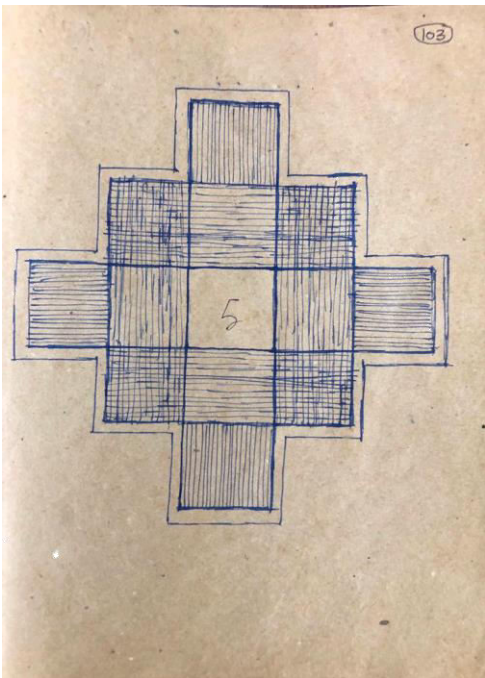
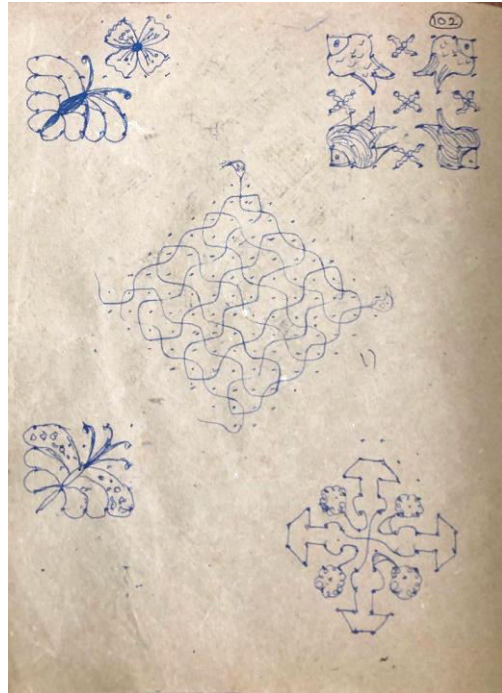
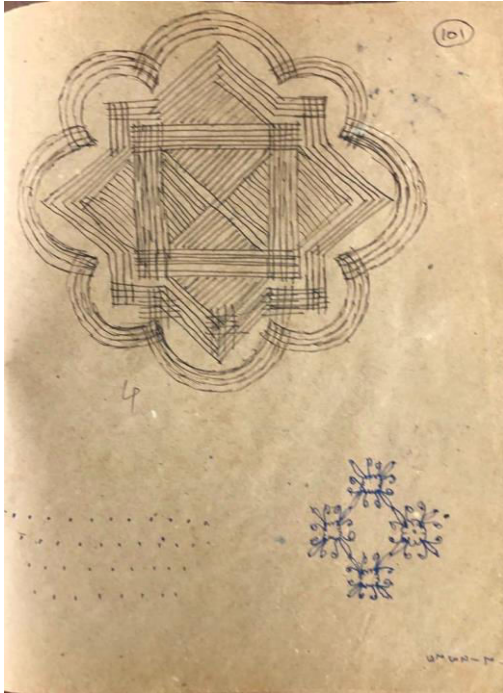


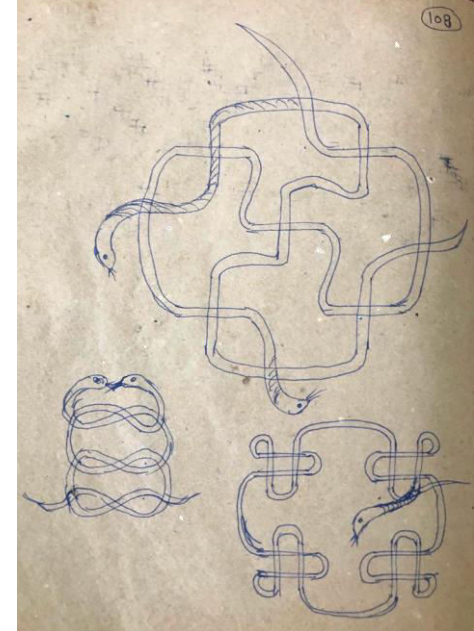
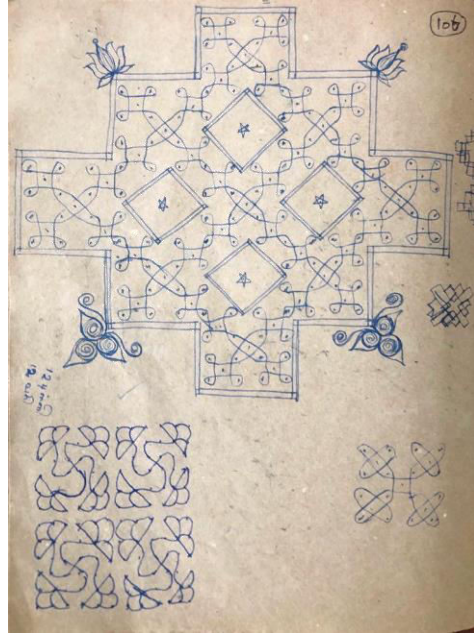
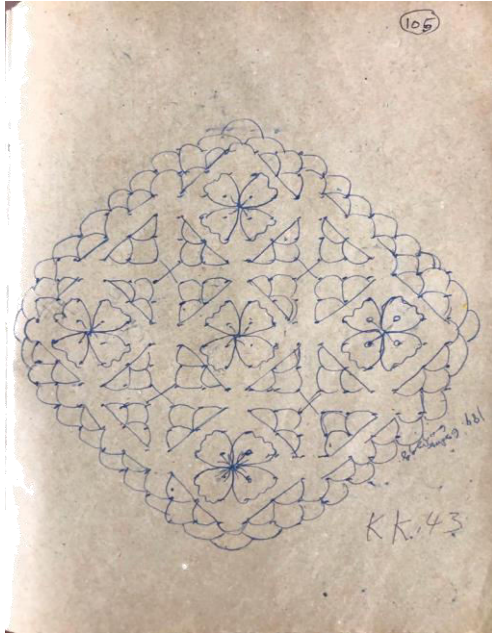


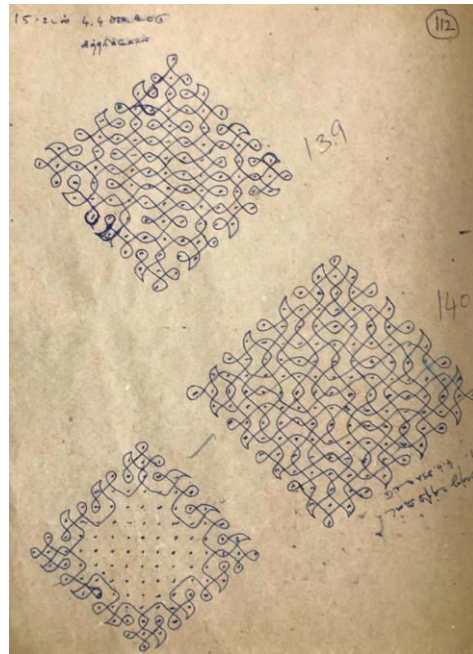
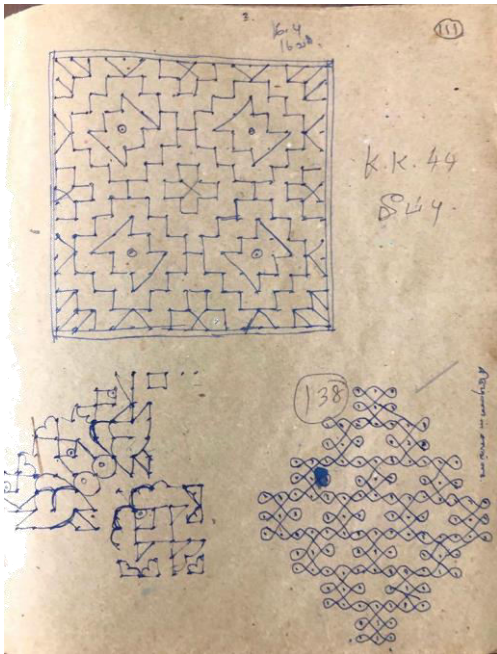
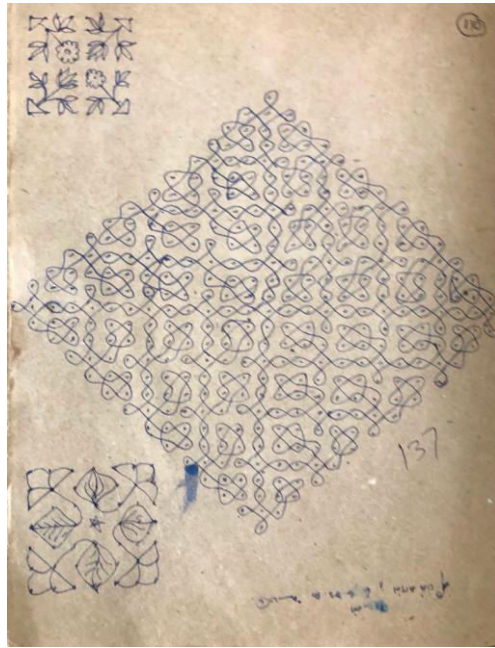
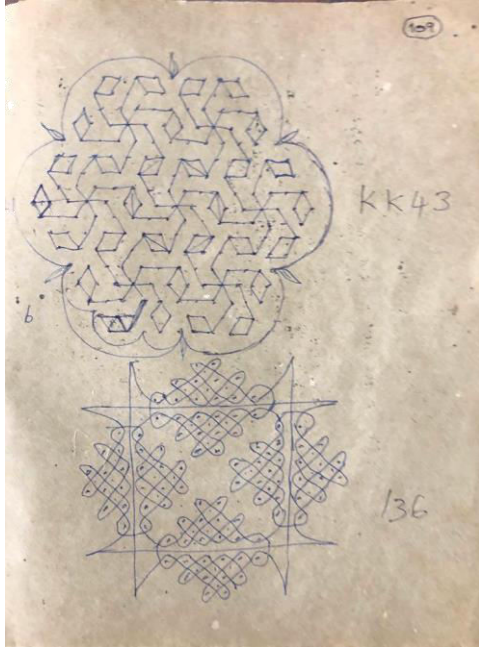


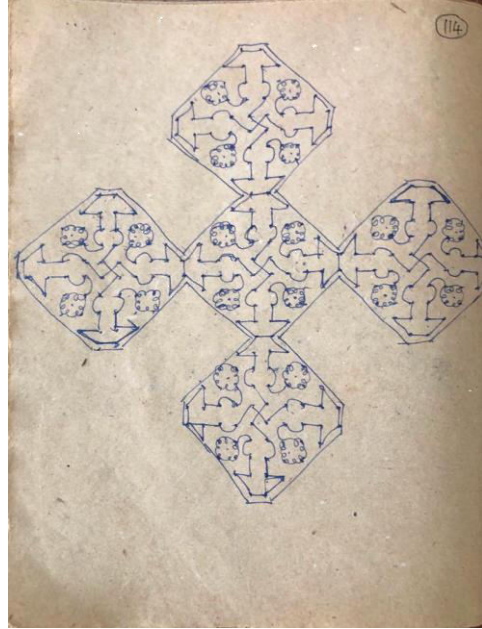


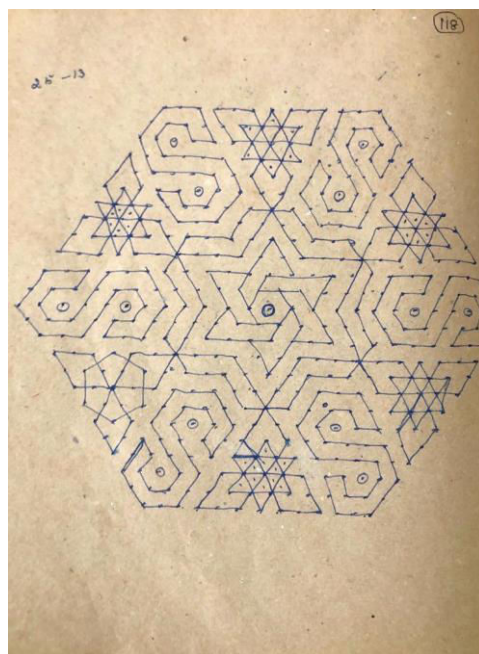
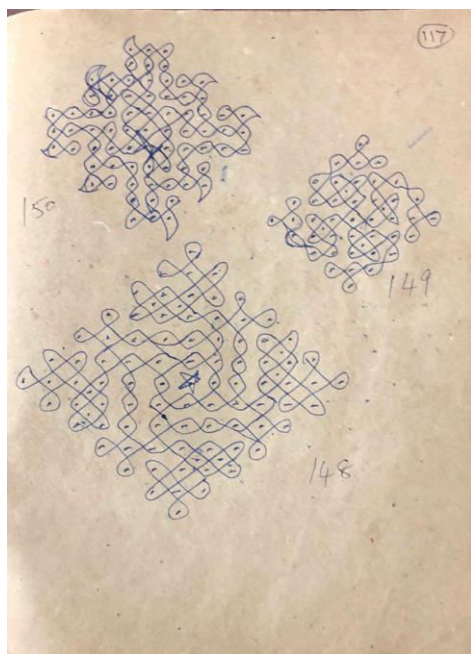
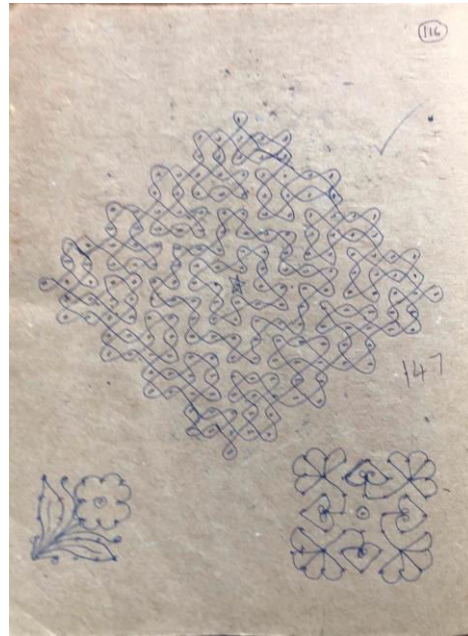
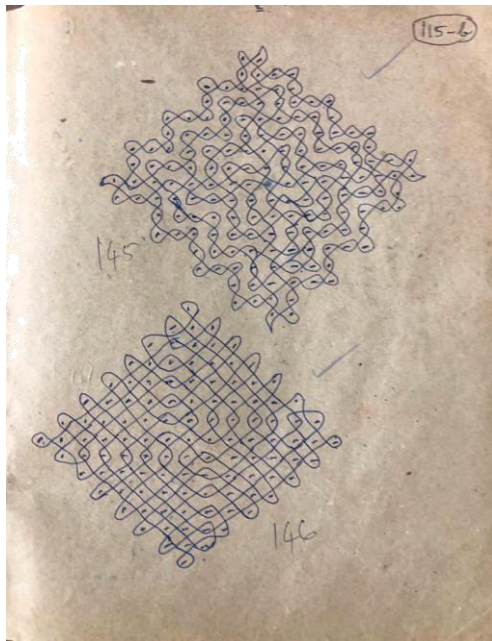


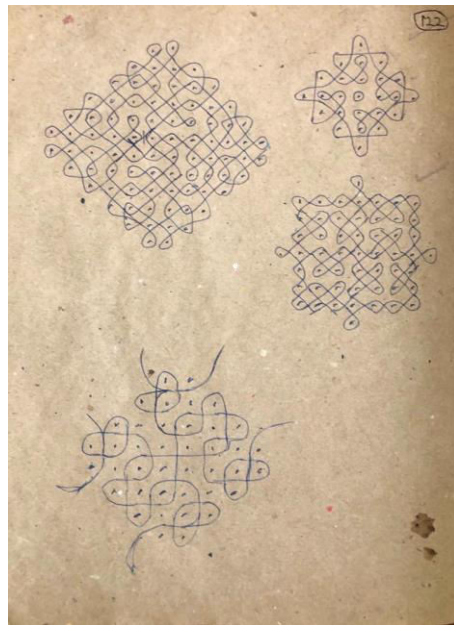
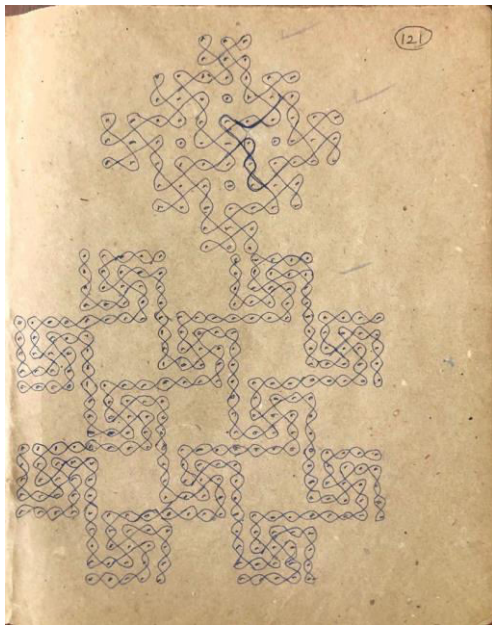
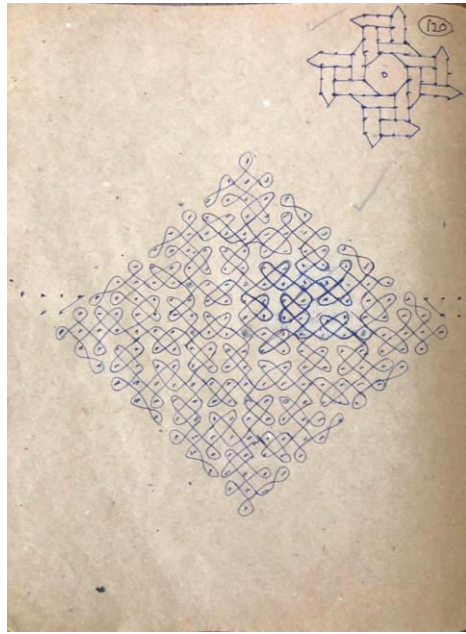
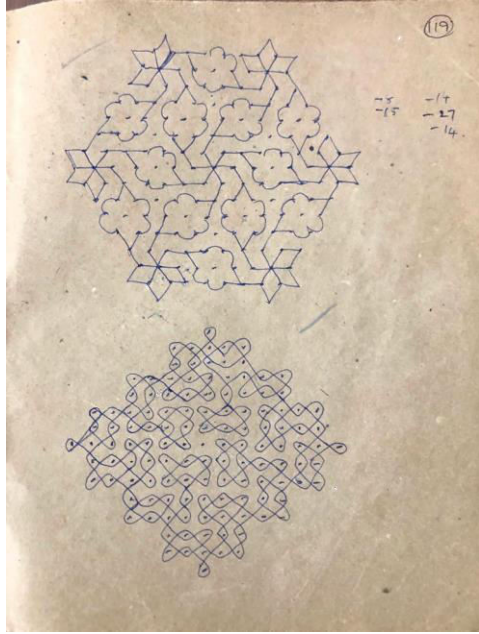


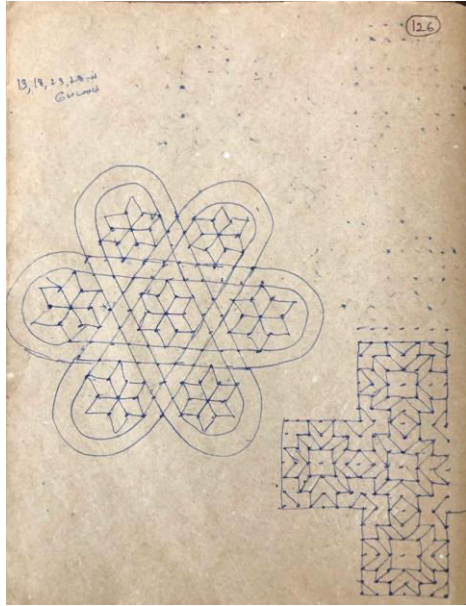
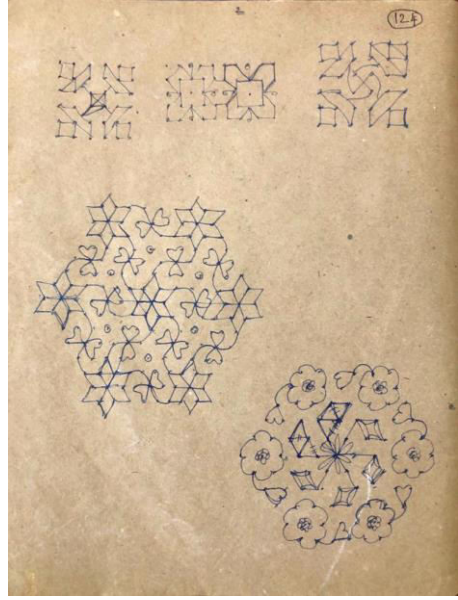
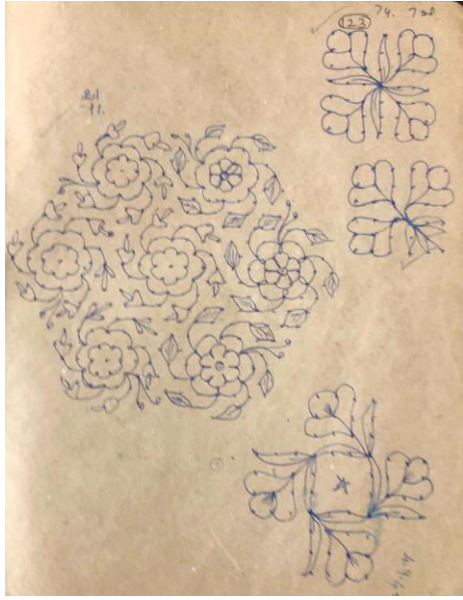


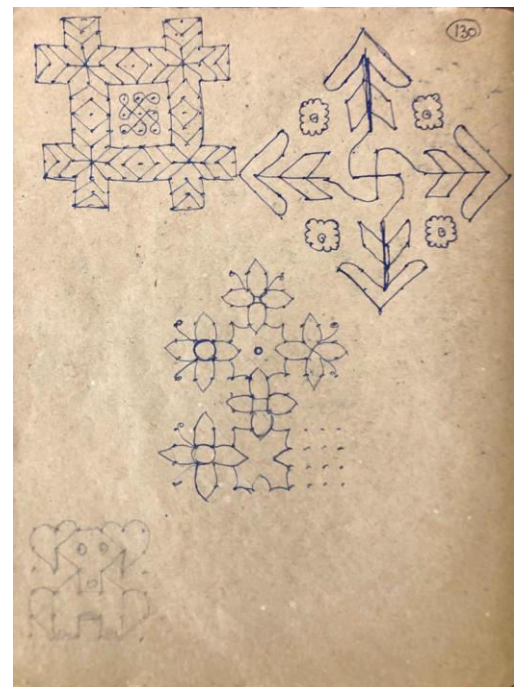
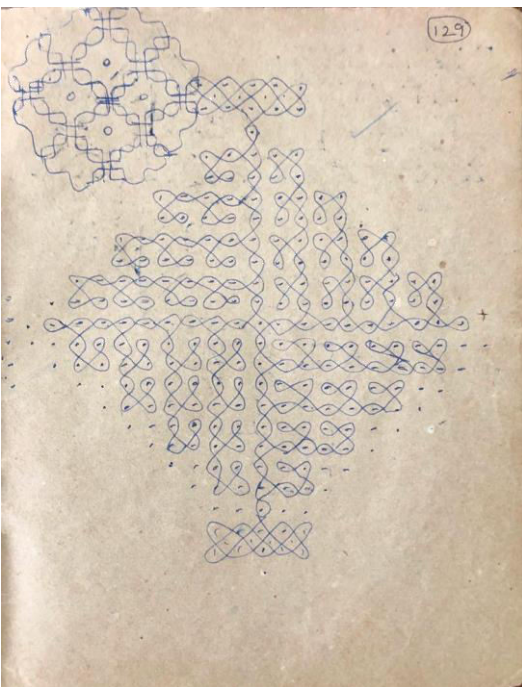
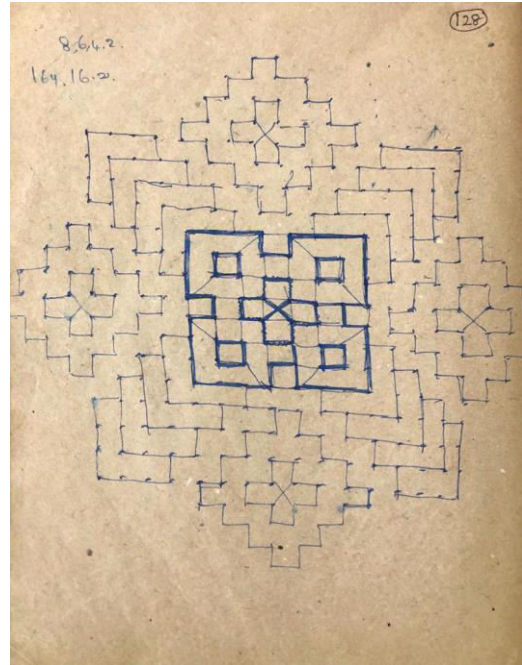
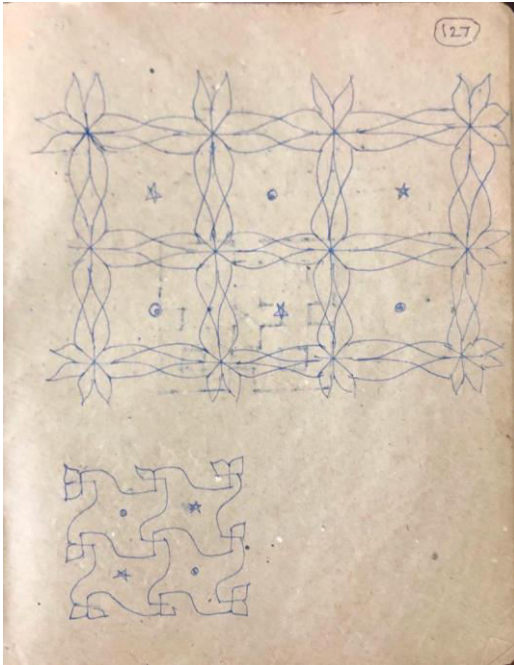


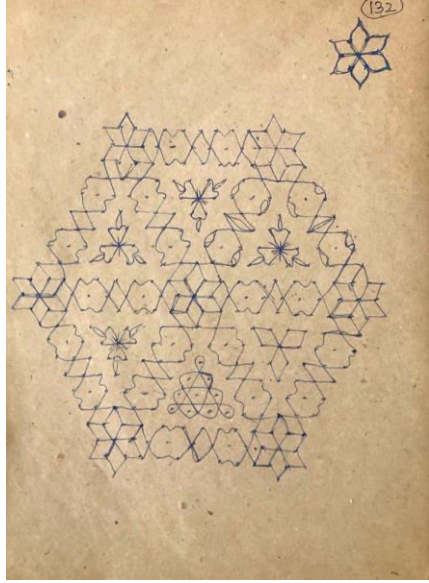
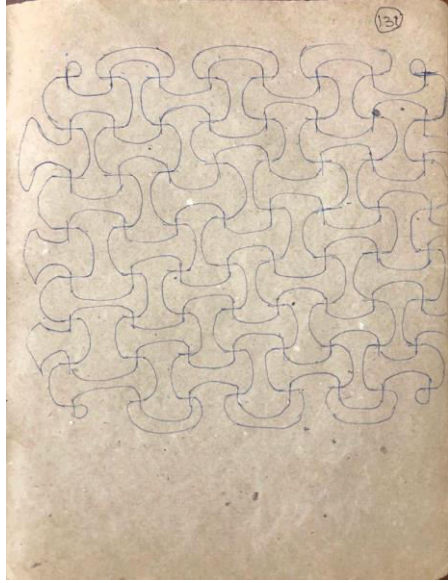


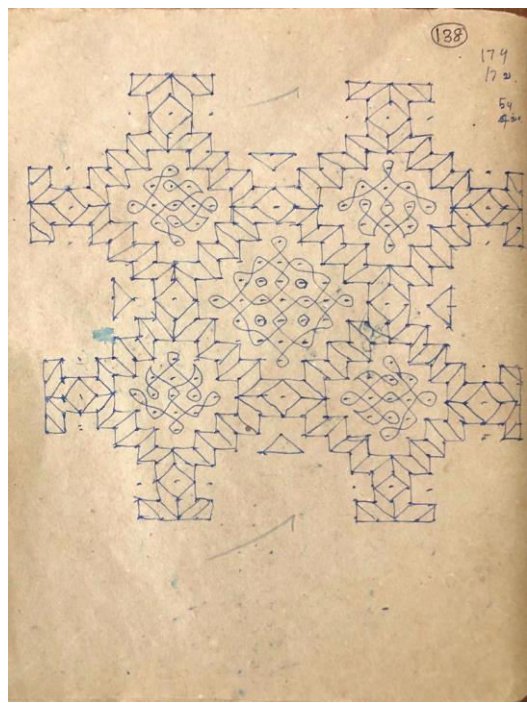
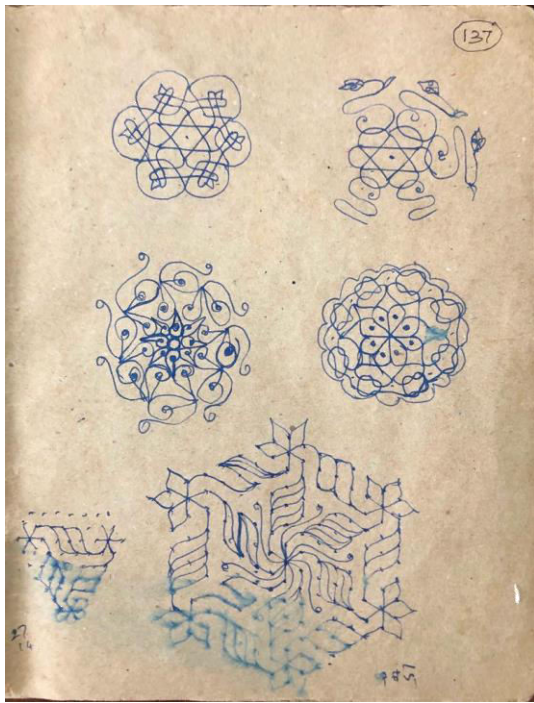
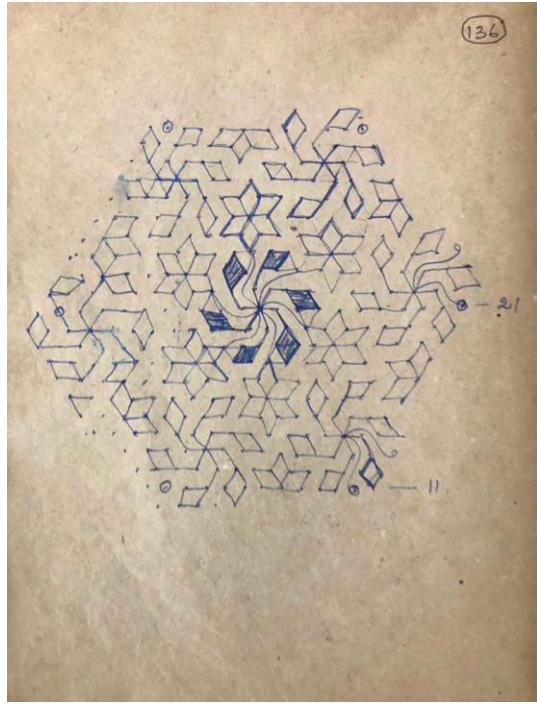


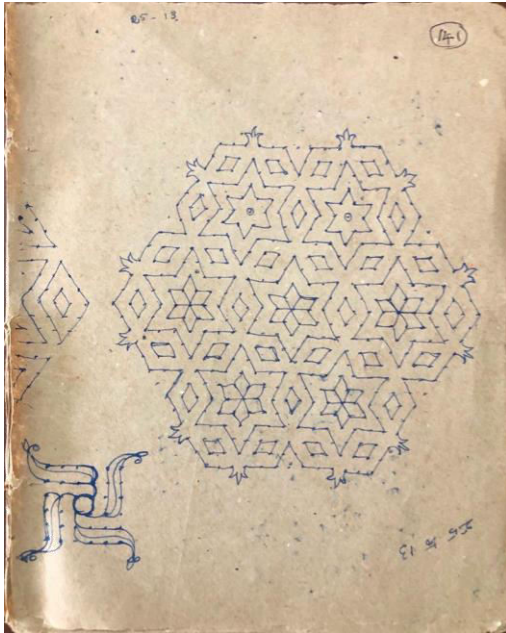
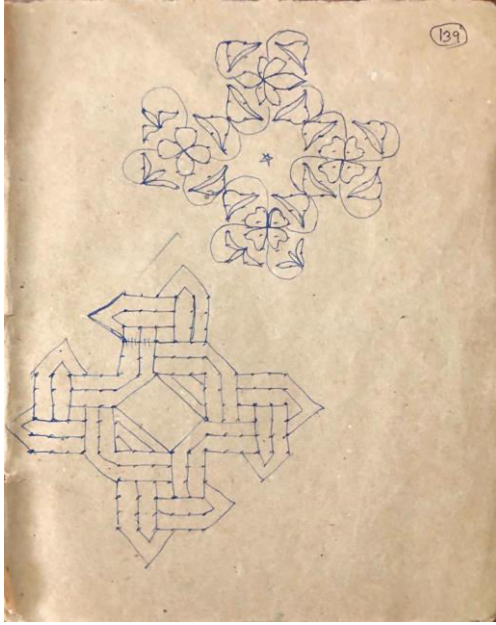


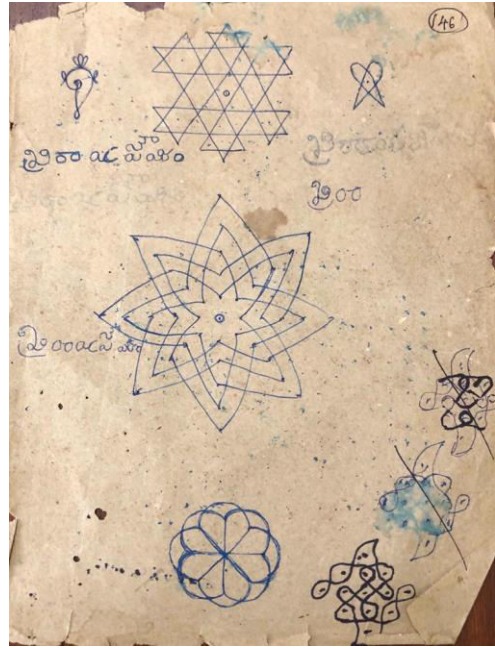
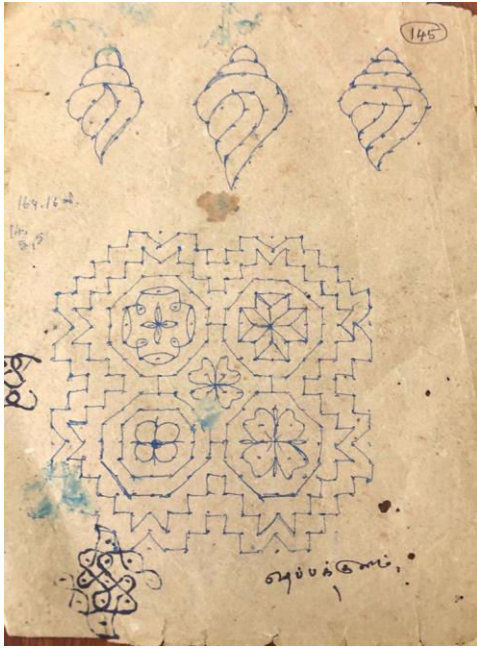
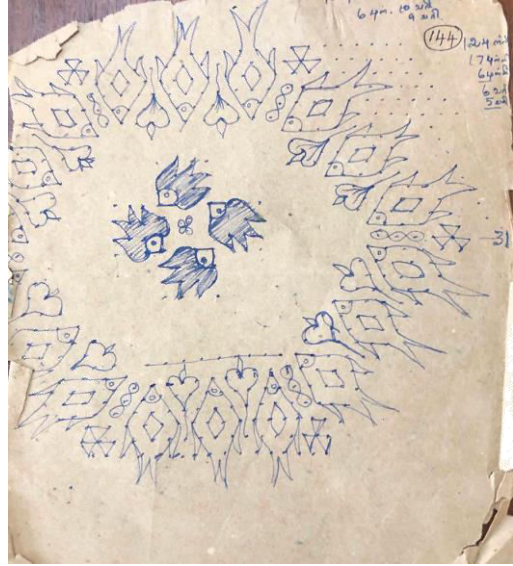
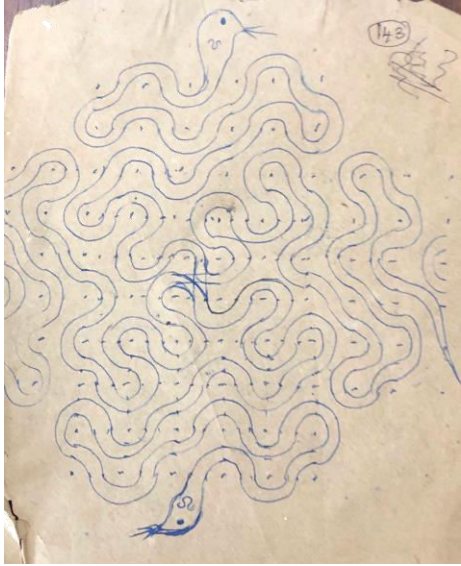












21. கோல மென்பொருள்கள்

கோலம் என்று இணையத்தில் தேடியபோது கிடைத்தவை சுமார் அரை டஜன் ஆண்டிராய்டு மென்பொருள்கள். இவற்றை விண்டோஸ் கணிப்பொறிகளிலும் ஒரு ஆண்டிராய்டு எழுலேட்டர் கொண்டு இயக்கலாம். நீச்சல்காரன் என்பவரின் கோலசுரபி என்னும் மென்பொருள் உலவியில் மட்டும் செயல்படுகிறது. kolampodu.com என்னும் இணையதளத்தில் கோலம் பற்றிய வீடியோக்கள் உள்ளன. இவை பற்றி சில குறிப்புகளை இங்கு பார்ப்போம்.

கோலம் ஆர்ட் - இதில் தொடக்கத்தில் கேலரி என்று வந்து அப்படியே நிற்கிறது. இந்தப் பக்கத்தில் பல கோட்டுக் கோலங்கள் 0% என்று காண்பிக்கப்படுகிறது. விளம்பரங்கள் அதிகம் இருப்பதால் வேறு எதுவும் செய்ய முடியவில்லை.

நித்ரா கோலங்கள் - இதில் கோலம் பற்றிய சில செய்திகள் உள்ளன. பல எடுத்துக்காட்டுக் கோலங்கள் உள்ளன. பயிற்சி என்பதில் காண்பிக்கப்படும் புள்ளிகளை வைத்து நாம் விரலால் கோலம் வரைய வேண்டும்.

கோலம் 1-11-1 (KOLAM 1-11-1 by Agathiya Tamil) - இந்த மென்பொருளில் 5, 7, 9, 11 புள்ளி சதுர, டைமண்ட் வகைக் கோலங்களை வரையலாம். பின்புலம், புள்ளி, கோடுகளின் நிறங்களை மாற்றலாம். இணைப்புகளை ஏற்படுத்தவும் நீக்கவும் முடியும். தானாகவும் இணைப்புகளைச் சேர்க்க அல்லது நீக்கச் சொல்லலாம். கோலத்தைச் சேமிக்கலாம். கோலம் போடும் நகர்படம் (அனிமேஷன்) உள்ளது. ஆனால் விட்டு விட்டுச் செயல்படுகிறது.

கோலம் ஆப் - இந்த மென்பொருளில் 5, 7, 9, 11 புள்ளி டைமண்ட் வகைக் கோலங்களை வரையலாம். பின்புலம், புள்ளி, கோடுகளின் நிறங்களை மாற்றலாம். இணைப்புகளை ஏற்படுத்தவும் நீக்கவும் முடியும். படுக்கைக் கோடு மற்றும் நிற்கும் கோடுகளுக்கு பிரதிபலிப்புகள் எவை வேண்டும் என்பதைக் கூறலாம். கோலத்தைப் பகிர்ந்துகொள்ளலாம்.

புள்ளிகோலம் - இதில் மூன்று நிலைகளில் சில சுழிக்கோலங்கள் காண்பிக்கப்படுகின்றன.

கோலம் 1.0.0 (kolam 1.0.0 by Techdasher) - இது மார்கழிக் கோலங்கள், 7 புள்ளியில் மலர்கள், போன்று பல தலைப்புகளில் கோலங்களைக் காண்பிக்கிறது.

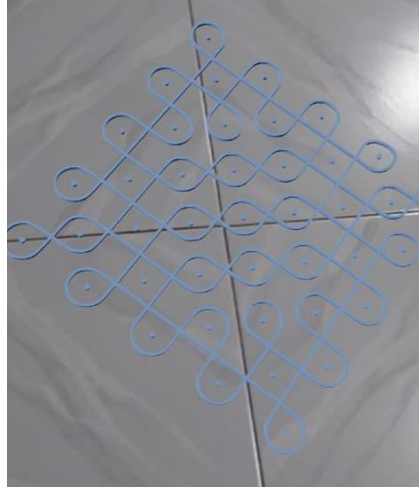
கோலம் (by BothOfUs) - ஐந்து நிலைகள் உள்ளன. எப்படிப் பயன்படுத்துவது என்ற உதவி இல்லை.

புள்ளி கோலங்கள் (by Tamil apps) - இந்த மென்பொருளை எப்படிப் பயன்படுத்துவது என்பதைக் கண்டுபிடிக்கும் அளவுக்கு எனக்குப் பொறுமை இல்லை.

ஓகே கோலம் - இது ஒருவருடைய பொறுமையைச் சோதிக்கும் மென்பொருள். 3 புள்ளி, 3 வரிசையில் காண்பிக்கும் கோலத்தை விரலால் வரைய வேண்டும். இப்படி 20 முறைக்கும் மேலாக வரைந்தால் அடுத்த படிநிலைக்குப் போகலாம். இந்த நிலையில் 4 புள்ளி 4 வரிசைக் கோலங்கள் காண்பிக்கப்படுகின்றன. நாம் வரைந்ததைச் சரிபார்க்க அதிக நேரம் எடுக்கிறது. ஆனால் சரியாகச் செய்வதாகப் படுகிறது.

நீச்சல்காரனின் கோலசுரபி - (<http://apps.neechalkaran.com/kolasurabhi>) இது ஒரு இணையப் பக்கம். இதில், வளைவு 1, வளைவு 2, நட்சத்திரம், கோடுகள் என்பதில் ஒன்றையும், சதுரம், சாய்சதுரம் என்பதில்

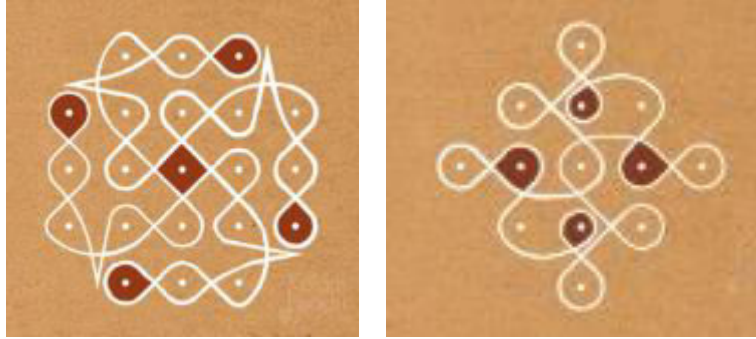
ஒன்றையும், புள்ளி எண்ணிக்கை 3 முதல் 20 வரையில் ஒன்றையும் தெரிவு செய்து, வரை என்பதைத் தட்டினால், தானாக ஒரு கோலத்தை வரையும். புள்ளி, கோடு, பின்புலத்திற்கு வண்ணங்கள் தேர்ந்தெடுக்கலாம். முகப்பினைத் தமிழ், ஆங்கிலம், இந்தியில் பெறலாம்.



மிகை மெய்ம்மை (Augmented Reality) நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தி முப்பரிமாணத்தில் காணலாம். கோலத்தை விரும்பிய இடத்தில் இட்டு, படியெடுத்து வரைந்து கொள்ள முடியும். AR கருவி அல்லது AR குறுஞ்செயலியில் முயன்று பார்க்கலாம். சில 3டி மாதிரிகளை இங்கே காணலாம்.

<https://sketchfab.com/neechalkaran> கோலசுரபி வழி புதிய 3டி மாதிரிகளை உருவாக்கிக் கொள்ளலாம். ஒரு சிறிய உதாரணத்தை இங்கே பார்க்கலாம்.

<https://youtube.com/shorts/4Qn0NbOLwc4>

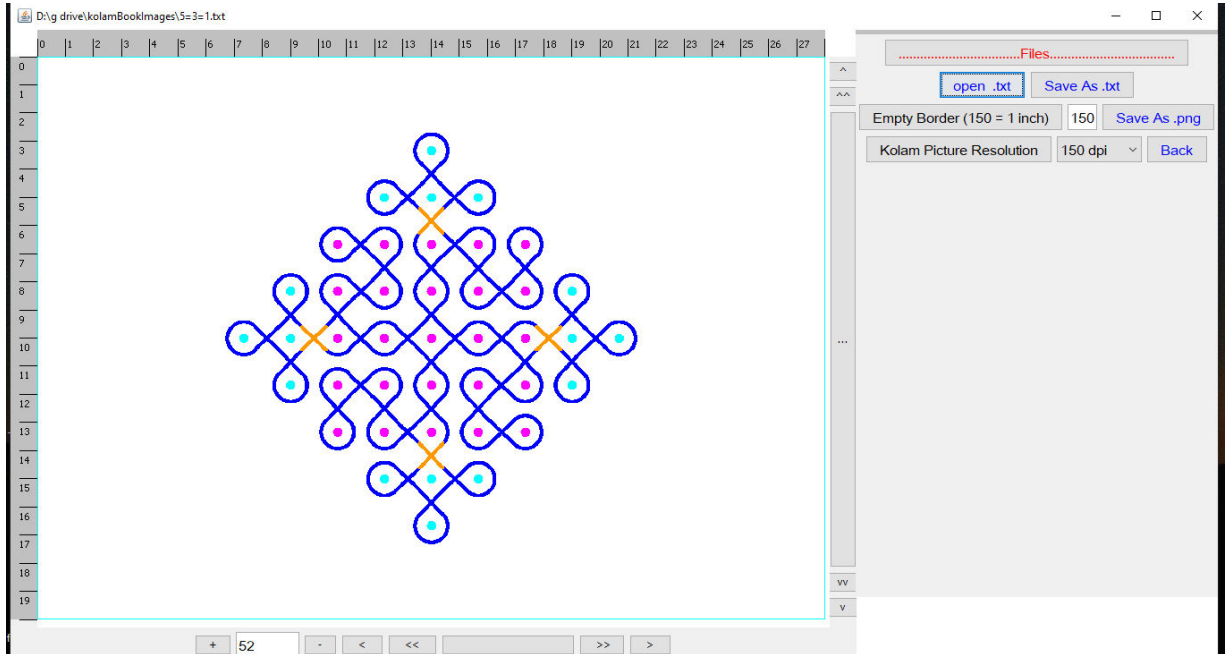


kolampodu.com என்னும் அழகாக வடிவமைக்கப்பட்ட இணைய தளத்தை பார்க்கவி மணி என்பவர் நடத்துகிறார். இதில் 2 மினிட்ஸ் கோலம்ஸ், பார்டர் கோலம்ஸ், ஃபெஸ்டிவல் கோலம்ஸ் என்பது போன்ற பல தலைப்புகளில் சுழிக்கோலங்கள் பலவற்றைக் காண்பிக்கிறார். மேலும், கோலப்பொடி மற்றும் கோலமாவு கொண்டு கோலங்கள் போடுவது எப்படி போன்ற வீடியோக்களும் உள்ளன. இவர் போடும் கோலத்தில் இணைப்புகள் சில புது விதமாக உள்ளன. அவற்றில் இரண்டை மேலே பார்க்கலாம். இந்த மாதிரி புது இணைப்புகளையும், சாதாரணக் கோலங்களில் உள்ள சுழிகளின் வளைவுகளின் சீர்மையையும் நினைவில் வைத்து கோடுகள் போடுவது அவ்வளவு எளிதல்ல. மூளைக்குச் சிறந்த ஒரு பயிற்சியாக

அமைகிறது. இவர் ஒரு விபத்தில் தன் நினைவுகள் பலவற்றை இழந்த பிறகு, சிறுவயதில் போட்ட கோலத்தைத் திரும்பப்போட ஆரம்பித்ததில் நினைவுத் திறனைத் திரும்பப் பெற்றதாக ஒரு வீடியோ கூறுகிறது. இந்த இணையத்தளம் ஆங்கிலத்தில் உள்ளது.

இன்ஸ்டாகிராம் கணக்கு இருந்தால் <https://www.instagram.com/muraivaasal/> என்னும் இன்ஸ்டாகிராம் பக்கத்தில் பல கோலங்களைப் பார்க்கலாம். <https://mathigon.org/polypad> என்னும் வலைத்தளத்தில் ஆறு அடிப்படைக் கோலப் பகுதிகளை வைத்து பல கோலங்களை உருவாக்கலாம். இன்னும் பல இணையத் தளங்களில் ஆயிரக்கணக்கான கோலங்களைப் பார்க்கலாம்.

என்னால் உருவாக்கப்பட்ட கோலம் என்னும் மென்பொருள் பற்றி இப்போது பார்க்கலாம். பல ஆண்டுகள் சிறிது சிறிதாக வளர்ச்சி பெற்று உருவாக்கப்பட்டது இது. இம்மாதிரி மென்பொருள்கள் எதுவும் இல்லாததனாலும், இப்படிப்பட்ட மென்பொருளை முதலில் செய்வதாலும், என்ன செய்யவேண்டும் என்று முதலிலேயே அனுமானிக்க முடியாததாலும், பல தவறுகள் செய்து, அதிலிருந்து கற்று, படிப்படியாக இந்த மென்பொருள் உருவாக்கப்பட்டது. அதனால் இது பரிணாம வளர்ச்சி பெற்ற ஒரு மென்பொருள் என்று கூறலாம். அதனால் ஒவ்வொரு புதுத் திறனை உண்டாக்கும்போதும், பழைய நிரலை சற்று மாற்றி அமைக்க வேண்டியிருக்கும். இது விண்டோஸில் பயன்படும். மேக் ஓஎஸ்ஸிலும் எழுலேட்டர் மூலம் செயல்படுத்தலாம். கோல வகைகளில் அத்தனையையும் எளிதாகப் போடவேண்டும் என்ற குறிக்கோளுடன் எழுதப்பட்டது. ஊடு புள்ளிகளைக் கணிப்பொறியின் நினைவில் வைக்கும் முறை சவால் நிறைந்ததாக இருந்தது. ஏனென்றால் இது எல்லாவித சுழற்சி மற்றும் பிரதிபலிப்புச் சீர்மைகளுக்கு ஈடு கொடுக்கவேண்டியிருக்கிறது.



.....கோலம்.....

உதவி முதன்மை அமைப்புகள்

புதிய கோலம் மேலும் சில அமைப்புகள்

புள்ளி பாணி கோட்டு பாணி நிறங்கள்

படங்கள் வளைவுத் திட்டங்கள்

தோற்றச் சீர்மை உருவாக்கு வரை

திரையை அழி கோப்பு வெளியேறு

இடைமுகத்தைத் தமிழ் அல்லது ஆங்கிலத்தில் வைத்துக்கொள்ளலாம். தேவையானால் மற்ற மொழிகளுக்கும் எளிதாக விரிவுபடுத்தலாம். இதில் சுமார் 50க்கு 50 என்ற அளவுகளில் புள்ளிகள் வைக்கலாம். புள்ளி மற்றும் கோடுகளின் அளவு, நிறம் மாற்றிக்கொள்ளலாம். புள்ளி மற்றும் கோடுகளுக்கு படங்களைக்கூடப் பயன்படுத்தலாம். புள்ளி மற்றும் கோடுகளை சுமார் 25 வகைகளில் வைக்கலாம். நேர்ப்புள்ளி, இடைப்புள்ளி, வட்டப்புள்ளி என்று 3 வகைகளில் புள்ளிகள் இடலாம். எத்தனை புள்ளிகள், புள்ளி வகை என்பதைத் தவிர மற்ற எல்லாவற்றையும் ஒரு கோலத்திற்குள்ளேயே மாற்றிக்கொள்ளலாம். இது ஒட்டு வகைக் (hybrid) கோலங்களைச் சாத்தியமாக்குகிறது. அதாவது ஒரே கோலத்தில் சுழி, கோடு மற்றும் கை வரைவுகள், என்று எல்லாவற்றையும் கொண்டு வரலாம்.

.....மேலும் சில அமைப்புகள்.....

கோட்டு வகை : வளைந்த கோடு

சதுர எண்ணிக்கை 2

வளைவுத் திட்டம் காண்பி 2

வட்ட ஆரம் : சாதாரணம்

நிறமிடுதல் : சிறு சதுரம் செம்மண்

செம்மண் அகலம் 20

செம்மண் இடைவெளி 10 மொட்டுக்கள்

மொட்டு அகலம் 20

மொட்டு இடைவெளி 10

வரையும் வேகம் 1000

வழிகாட்டிக் கோடுகளைக் காண்பி பின்செல்

கோட்டு வகை : வளைந்த கோடு

கோட்டு வகை : வளைந்த கோடு

கோட்டு வகை : நேர் கோடு

கோட்டு வகை : சதுரங்களின் வரிசை

கோட்டு வகை : வளைவுத் திட்டம்

வட்ட ஆரம் : சாதாரணம்
வட்ட ஆரம் : சிறியது
வட்ட ஆரம் : சாதாரணம்
வட்ட ஆரம் : பெரியது

நிறமிடுதல் : சிறு சதுரம்
நிறமிடுதல் : சிறு சதுரம்
நிறமிடுதல் : முழுவதும்

கோடுகளில் பல வகைகள் இருக்கலாம். அச்சுக் கோலத்திற்கும், நம் கற்பனைக்கேற்ப வளைவுகள் அடங்கிய கோடுகளுக்கும் இங்கு இடம் உண்டு. சுழிக்கோல வட்டம் மூன்று அளவுகளில் இருக்கலாம். நிறமிடுதலை எளிதாகச் செய்யலாம். செம்மண் இடலாம்.

புள்ளிகள் பல விதங்களில் இருக்கலாம்.

.....புள்ளி பாணி.....
பாணி எதுவுமில்லை
எல்லா இடங்களிலும் ஒன்றே
புள்ளியின் திசை-மேல் பக்கம்
புள்ளி அகலம்
20
புள்ளி உயரம்
20
ஆரங்களின் எண்ணிக்கை
16
ஆர நீளம்
16
நட்சத்திர சுழற்சி
0
<input checked="" type="checkbox"/> தொடர் நிற மாற்றம்
நிறத் திட்டம் காண்பி
1
தொடக்க நிலை
பிள்செல்

பாணி எதுவுமில்லை
பாணி எதுவுமில்லை

படங்கள்
 ஒரு நிற வட்டுகள்
 வெளிப்புறம் ஒளிரும் ஒரு நிற வட்டுகள்
 உள்புறம் ஒளிரும் ஒரு நிற வட்டுகள்
 பல நிற வட்டுகள்
 -ஒரு ஆரத்தில் ஒரு நிறம்
 பல நிற வட்டுகள்
 -ஒரு ஆரத்தில் எல்லா நிறங்களும்
 ஒரு நிற நட்சத்திரங்கள்
 வெளிப்புறம் ஒளிரும் ஒரு நிற நட்சத்திரங்கள்
 உள்புறம் ஒளிரும் ஒரு நிற நட்சத்திரங்கள்
 பல நிற நட்சத்திரங்கள்
 -ஒரு ஆரத்தில் ஒரு நிறம்
 பல நிற நட்சத்திரங்கள்
 -ஒரு ஆரத்தில் எல்லா நிறங்களும்

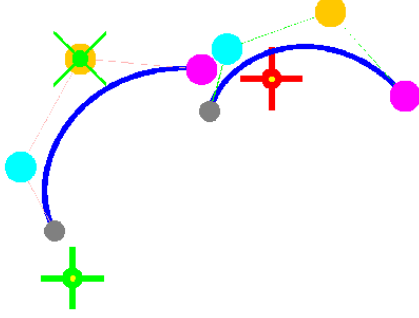
எல்லா இடங்களிலும் ஒன்றே
எல்லா இடங்களிலும் ஒன்றே
ஒரு அடுக்கில் ஒன்று
ஒரு ஆரத்தில் ஒன்று-வட்டப் புள்ளி வகைக்கு
புள்ளியின் திசை-மேல் பக்கம்
புள்ளியின் திசை-மேல் பக்கம்
புள்ளியின் திசை-திசை சார்ந்து

புள்ளிகள் போலவே கோடுகளும் பல விதங்களில் இருக்கலாம்.

புள்ளி மற்றும் கோடு வரைவதில் தேவைப்படும் 16 நிறங்கள் அடங்கிய நிறங்களின் தொகுதிகளை உருவாக்கிக்கொள்ளலாம்.

புள்ளி மற்றும் கோடுகள் வரையத் தேவையான படங்களைத் தெரிவுசெய்து வைத்துக்கொள்ளலாம்.

கோடுகளுக்குத் தேவையான வளைவுத்திட்டங்களை உருவாக்கலாம்.



.....வளைவுத் திட்டம்.....

திறந்த/சேமித்த கோப்பின் பெயர்

வளைவு எண்ணிக்கை 0

புது வளைவுத் திட்டம் வளைவுத் திட்டம் திற

சேமி என்று சேமி சேமி, வரை

தானாக ஏற்று வளைவுகள் சேர்

வளைவுகள் நீக்கு புள்ளிகள் மாற்று

வழிகாட்டிகளைக் காண்பி பின்செல்

ஒரு சுழி அல்லது நேர்கோடு வரையும்போது அது நாம் கூறும் சீர்மைக்கு ஏற்ப, பல சுழிகள் அல்லது கோடுகளை வரையச் சொல்லலாம். இது சீர்மையை உறுதிப்படுத்துவதுடன், வரைவதை விரைவுபடுத்தும்.

கோலத்தின் பல பகுதிகளை பல விதங்களில் உருவாக்க ஒரு தனிப் பலகையே உள்ளது.

.....உருவாக்கு.....

எல்லா முதன்மை வட்டங்களும் வட்டங்கள்

வட்டங்கள் நீக்கு கோடுகள் பெறு

கோடுகள் நீக்கு சேர்ப்பதற்கு நட

நீக்குவதற்கு நட கையால் கோடு இடு

கைக் கோடு நீக்கு கோடுகள் சீராக்கு

முதன்மை இணைப்புகள் பெறு

முதன்மை இணைப்புகள் நீக்கு

கூடுதல் இணைப்புகள் பெறு

கூடுதல் இணைப்புகள் நீக்கு

இடை இணைப்புகள் பெறு

இடை இணைப்புகள் நீக்கு

வெளி இணைப்புகள் பெறு/நீக்கு

அலங்காரங்கள் பெறு/நீக்கு நிறமிடு

புள்ளிகள் நீக்கு பாம்பு பின்செல்

வெளி இணைப்புகளை பல விதங்களில் செய்யலாம்.


.....வெளி இணைப்பு (இரு தட்டல்).....

வெளி இணைப்புகள் பெறு

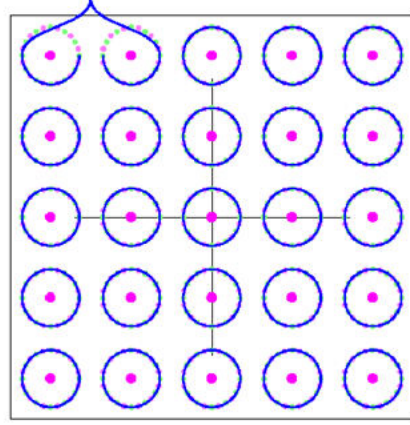
வெளி இணைப்புகள் நீக்கு சாதாரணம்

தாமரை சாதாரண மூலை தாமரை மூலை

இரு புள்ளி வளைவுத் திட்டம்




வளைவுத் திட்டம் காண்பி 

பின்செல்



இங்கு பாம்புக்கோலங்கள் வரையவும் முடியும். இதற்கு உடல், தலை, மற்றும் வாலின் படங்கள் தேவை. ஒவ்வொரு பாம்பையும் தனியாக வடிவமைக்கலாம்.

.....பாம்பு (ஒரு தட்டல்).....

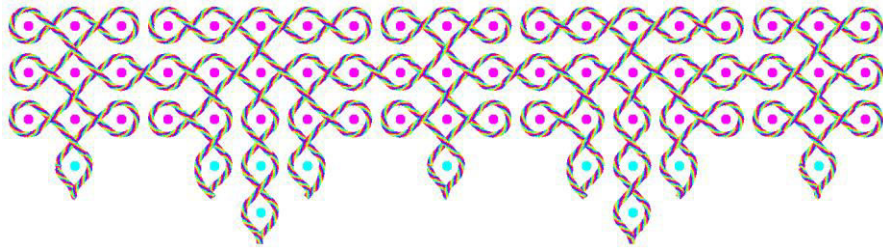
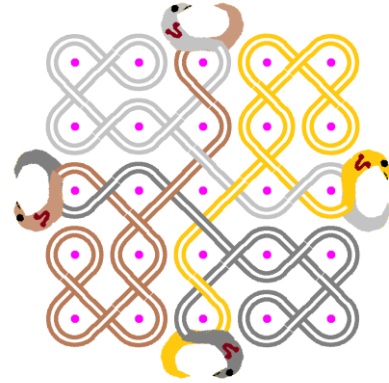
  

தலைப் படம் சேர் தலைப் படம் நீக்கு

உடல் படம் சேர் உடல் படம் நீக்கு

வால் படம் சேர் வால் படம் நீக்கு

பின்செல்



மணைக்கோலம் மற்றும் கரைக் கோலங்களையும் இந்த மென்பொருளால் வரைய முடியும்.

.....கோப்பு.....

.டெக்ஸ்ட் கோப்பு திற .டெக்ஸ்ட் என்று சேமி

சிறு .டெக்ஸ்ட் என்று சேமி

வெற்று ஓரம் (150 = 1 அங்குலம்)

.பீஎன்ஜி என்று சேமி

கோலப் படத்தின் பிரிப்பளவு

பின்செல்

150 டிபீஜ

150 டிபீஜ

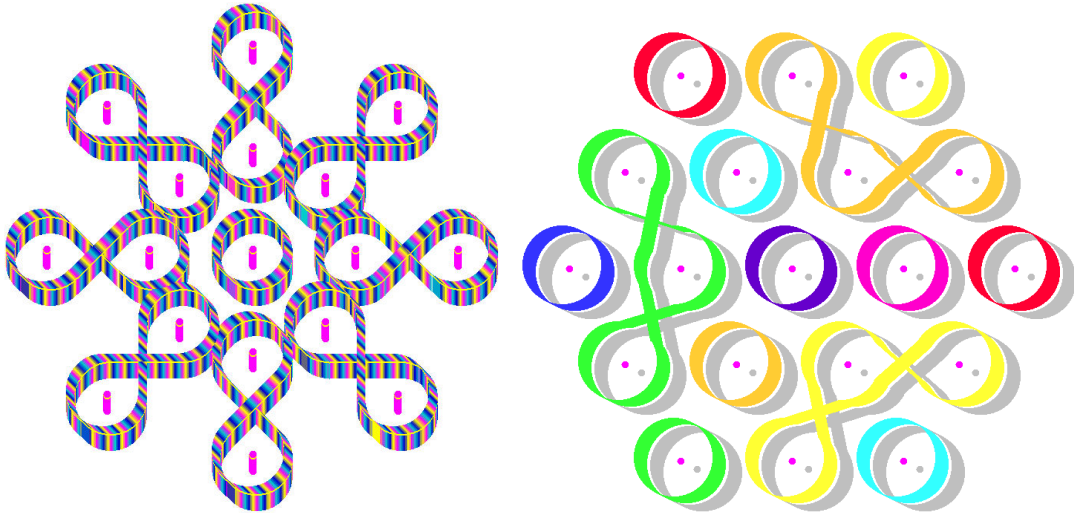
300 டிபீஜ

600 டிபீஜ

1200 டிபீஜ

வரைந்த கோலத்தை இரண்டு வழிகளில் சேமிக்கலாம். ஒன்று படமாக. இதை 150, 300, 600, 1,200 என்று பல டிபீஜகளில் சேமிக்கலாம். இது தரமான படங்களையும் அச்சிட உதவும். கோலத்தை மீண்டும் சீர் செய்யவும் மாற்றி அமைக்கவும் வகை செய்யும் டெக்ஸ்ட் வகையிலும் சேமிக்கலாம். இது அளவில் சிறியதாக இருக்கும்.

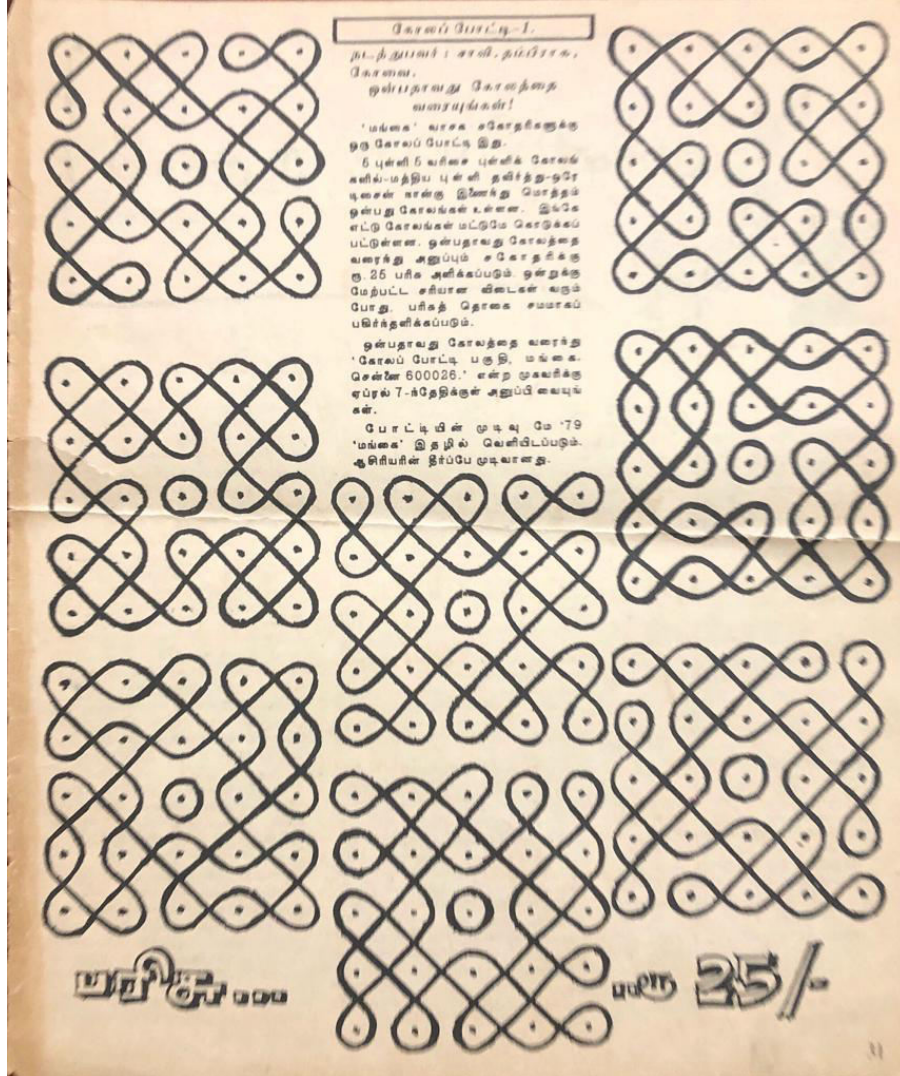
கோலத்தை முப்பரிமாண வடிவில் பார்ப்பதற்கு மூன்று உத்திகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. காகிதச் சுருள் போன்ற கோடுகளை முப்பரிமாணத்தில் பார்ப்பது ஒன்று. கோலத்தை நிழலுடன் பார்ப்பது இரண்டாவது. சுவர்களுடன் கூடிய கோடுகளாகப் பார்ப்பது மூன்றாம் வகை. இதில் எவற்றையும் மற்றதுடன் சேர்த்தும் பார்க்கலாம்.



கோல வகைகள் அத்தனையையும் எளிதில் வரைய வகை செய்யும் முதல் முழுமையான மென்பொருளான இது என் கனவின் நனவாக்கம்.

22. கோல மென்பொருள் புதிர்களும் விளையாட்டுகளும்

ஏப்ரல் 1979 இல் தொடங்கி, பல மாதங்கள் மங்கை மாத இதழில் ஆசிரியர் சாவி தம்பிராசு அவர்கள் கோலப்போட்டி நடத்தியுள்ளார். இதில், ஒரு குறிப்பிட்ட வகைக் கோலம் இத்தனை உள்ளது; அதில் ஒன்று தவிர மற்றவை இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன; விடுபட்ட கோலத்தை வரைந்து அனுப்புக - என்ற வகையில் சில புதிர்கள் உள்ளன. இந்த நான்கு கோலங்களுக்கு அடுத்து வருவது எந்தக் கோலம் - என்பது ஒரு வகைப் புதிர்கள். சீர்மையைக் குலைக்கும் இடம் எது - என்பது ஒரு வகை. மீதிக்கோலத்தை நிரப்பவும் - என்பது இன்னொரு வகை.



முதல் போட்டிக்கு ரூபாய் 25 பரிசு என்று இருந்தது, அடுத்த போட்டிக்கே ரூபாய் 50 ஆக ஆக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் ஒன்பதாம் போட்டியில் வெற்றிபெற்று, பரிசுத்தொகை பெற குலுக்கல் முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 10 போட்டியாளர்களில் லீலாவும் ஒருவர். கிடைத்த பரிசு ரூபாய் 5.

கோலத்தை வைத்து உருவாக்கப்படும் பல புதிர்களை இங்கு பார்ப்போம். இவை எல்லாமே கைபேசியில் விளையாடும்படி வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளன.

1. இதன் சீர்மை என்ன?

இந்த விளையாட்டில் ஒரு கோலம் காண்பிக்கப்படும். அதன் சீர்மை என 4 விடைகள் கொடுக்கப்படும். அவற்றில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இந்தப் புதிருக்குக் கோலத்தின் சீர்மை பற்றி நன்றாகத் தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

2. சீர்மையாக்கு

ஒரு கோலம் காட்டப்படும். இதில் 1 முதல் 3 வரையில் புள்ளிகள், கோடுகள் அல்லது இணைப்புகள் அல்லது நிறங்கள் அல்லது மேல் கீழ் குறுக்கீடுகள் மாற்றப்பட்டு, சீர்மை குலைக்கப்பட்டிருக்கும். இந்தக் கோலத்தில் குறைந்த அளவு புள்ளிகளை அல்லது கோடுகளை அல்லது இணைப்புகளை அல்லது நிறங்களை அல்லது குறுக்கீடுகளை மாற்றி, கோலத்தை சீர்மைப் படுத்த வேண்டும்.

3. என் வால் எங்கே?

ஒரு பாம்புக் கோலம் காண்பிக்கப்படும். அதில் பல பாம்புகள் இருக்கும். அவற்றில் ஒரு தலை குறிப்பிட்டுக் காட்டப்படும். அதன் வால் இருக்கும் இடத்தைச் சரியாகக் காட்ட வேண்டும். இதற்கு ஒரு கோட்டின் ஒரு முனையில் இருந்து இன்னொரு முனைக்கு இடம் பிறழாமல் செல்ல வேண்டும்.

4. பாம்பா, கயிறா, பொம்மையா?

பாம்புக் கோலம் போல ஒரு கோலம் காட்டப்படும். இதில் ஒரு கோட்டின் முனையில் தலையும் ஒரு முனையில் வாலும் இருக்கலாம். இது பாம்பு. இரண்டு முனைகளிலும் வால் போல் இருந்தால் அது கயிறு. இரு முனைகளிலும் தலை இருந்தால் அது பொம்மை. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி இருக்கும் கோடு ஒரு பாம்பா அல்லது கயிறா அல்லது பொம்மையா என்பதைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதற்கு ஒரு கோட்டின் மேல் இடம் பிறழாமல் செல்ல வேண்டும்.

5. எத்தனை குறுக்கீடுகள்?

ஒரு சுழிக் கோலத்தில் இரண்டு கோடுகளின் மேல், ஒரு கோட்டில் ஒரு புள்ளி காண்பிக்கப்படும். இந்தப் புள்ளிகள் குறிக்கும் கோடுகள், அதாவது வளையங்கள், ஒன்றை ஒன்று எத்தனை இடங்களில் வெட்டிக் கொள்கின்றன என்று கணக்கிட்டு, 4 விடைகளில் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இதற்கு இரண்டு கோடுகளை ஒரே சமயத்தில் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியது அவசியம்.

இந்த விடை ஒரு இரட்டைப்படை எண்ணாகத்தான் இருக்க வேண்டும். எப்படி?

ஒரு சுழிக்கோலத்தில் ஒரு கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியில் தொடங்கினால், ஒரு பக்கத்தில் தொடர்ந்து சென்றால், திரும்ப அதை இடத்திற்கு வந்தால், அந்தக் கோடு சில முடிவுள்ள பரப்புகளையும், ஒரு முடிவற்ற பரப்பையும் கொடுக்கும். நமக்குக் கொடுத்த இரண்டாம் புள்ளி இந்தப் பரப்புகளில் ஒன்றில் இருக்கும். இந்தப் புள்ளியில் இருந்து ஒரு பக்கமாக நடந்து சென்றால், ஒரு பரப்பில் இருந்து அடுத்த பரப்புக்கு உள்ளே செல்லும்போது ஒரு குறுக்கீடு கிடைக்கிறது. அந்தப் பரப்பை விட்டு வெளியே வரும்போது இன்னொரு குறுக்கீடு கிடைக்கிறது. ஆக, ஒரு பரப்பைக் கடக்க இரண்டு குறுக்கீடுகள் தேவை. இப்படி கே பரப்புகளைக் கடந்து புறப்பட்ட இடத்திற்குத் திரும்ப வரும்போது 2கே குறுக்கீடுகள் கடந்து வந்திருக்கிறோம். அதனால் மொத்தக் குறுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படையில்தான் இருக்கும்.

6. எந்தக் கோலம் தனித்துவம் பெற்றது?

கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் 4 கோலங்களில் 3 ஒரே மாதிரியாகவும் ஒன்று மட்டும் சற்று மாறுபட்டும் இருக்கும். இந்த மாறுபாடு ஏதேனும் ஒரு பண்பில் இருக்கலாம். அந்த தனிப்பட்ட கோலத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். சில எடுத்துக்காட்டுகள். மூன்றில் நான்கு பக்கச் சீர்மை இருக்கலாம். ஒன்றில் மட்டும் அப்படி இல்லாமல் இருக்கலாம். மூன்றில் ஒரே எண்ணிக்கையில் கோடுகள் இருக்கலாம். ஒன்றில் மட்டும் வேறு எண்ணிக்கையில் இருக்கலாம். மூன்று கோலங்களில் ஒரு கோடு மட்டும் சீர்மையைக் குலைக்கலாம். ஒன்றில் மட்டும் சீர்மை குலையாமல் இருக்கலாம் அல்லது இரண்டு இடங்களில் சீர்மை குலையலாம். மூன்றில் ஒரே மாதிரியான நிறம் இட்டிருக்கலாம். ஒன்றில் மட்டும் வேறு மாதிரியான நிறம் இடப்பட்டிருக்கலாம்.

7. அழிந்ததை மீட்டு வை

ஒரு கோலத்தில் சிறிது அழிக்கப்பட்டிருக்கும். இந்தப் பகுதியைச் சரியாகக் கணித்துப் பூர்த்தி செய்ய வேண்டும். இதற்கு மீதி உள்ள பகுதியைப் பார்த்து அதன் சீர்மையைக் கணிக்க வேண்டும்.

8. எத்தனை வித்தியாசங்கள்?

கொடுத்த இரண்டு கோலங்களுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசங்களைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இந்த வித்தியாசங்கள், புள்ளி, கோடு மற்றும் பரப்புகளின் நிறம், விடுபட்ட புள்ளி, விடுபட்ட அல்லது கூடுதல் கோடு, எனப் பலவாக இருக்கலாம்.

9. எத்தனை வளையங்கள்?

கொடுத்த கோலத்தில் உள்ள கோடுகளின், அதாவது வளையங்களின் எண்ணிக்கை என்ன?

10. எத்தனை புள்ளிகள்?

கொடுத்த கோலத்தில் எத்தனை புள்ளிகள் உள்ளன?

11. கோலத்தை வரை

இங்கு கோலம் காட்டப்படாது. மறைந்திருக்கும் கோலத்தில் உள்ள பல வளையங்களில் ஒன்றில் ஒரு பூ நகர்ந்து சென்றுகொண்டிருக்கும். இதைப் பார்த்து அந்த வளையத்தை அனுமானிக்க வேண்டும். பூவானது எல்லா வளையங்கள் மீதும் ஒவ்வொரு வளையமாக மாறி மாறி நகர்ந்துகொண்டே இருக்கும். எல்லா வளையங்களையும் அனுமானித்தால் கோலம் கிடைத்துவிடும்.

12. காரை வழிநடத்து

ஒரு கோலத்தின் கோடுகள் பாதைகளாக இருக்கும். சில இடங்களில் பாதைகள் விடுபட்டிருக்கும். கார் இடது மேல் மூலையில் இருந்து வலது கீழ் மூலைக்குச் செல்ல வேண்டும். பாதை இருக்கும் இடத்தில் மட்டும் போக முடியும். இது ஒரு மேஸ் maze புதிர் போன்றது.

13. மிட்டாய்களைப் பிடிக்கவும்

பல மிட்டாய்கள் கோடுகளின் மேல் நகர்ந்துகொண்டிருக்கும். விளையாடுபவர் கோடுகளின் மீது சென்று அவற்றைப் பிடிக்க வேண்டும். ஒரு கோட்டிலிருந்து இன்னொரு கோட்டிற்குத் தாவுவது, திசை திரும்புவது,

வேகமாகப் போவது போன்றவற்றை விளையாடுபவர் செய்யலாம். குறைந்த நேரத்தில் அதிக மிட்டாய்களைப் பிடிப்பதுதான் விளையாட்டின் நோக்கம்.

14. பழங்களைப் பிடிக்கவும்

ஒரு மரத்தில் பழங்கள் பழுத்துக்கொண்டே இருக்கும். சிறிது நேரத்தில் கீழே விழும். விழுந்த சிறிது நேரத்தில் மறைந்துவிடும். ஒவ்வொரு பழத்திலும் ஒரு எண் இருக்கும். திரையின் மேல் பக்கம் காண்பிக்கப்படும் எண் உள்ள பழத்தை மட்டும் ஒரு அணில் விரைந்து சென்று சாப்பிட வேண்டும். குறைந்த நேரத்தில் அதிக பழங்களைப் பிடிப்பதுதான் விளையாட்டின் நோக்கம்.

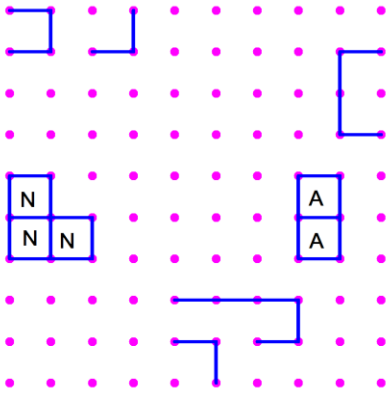
15. பூக்களை ஜோடி சேர்

பல ஜோடிப் பூக்கள் வெவ்வேறு கோடுகளின் மீது சென்றுகொண்டிருக்கும். அவற்றில் ஜோடிகளை ஒவ்வொன்றாகப் பிடிக்க வேண்டும்.

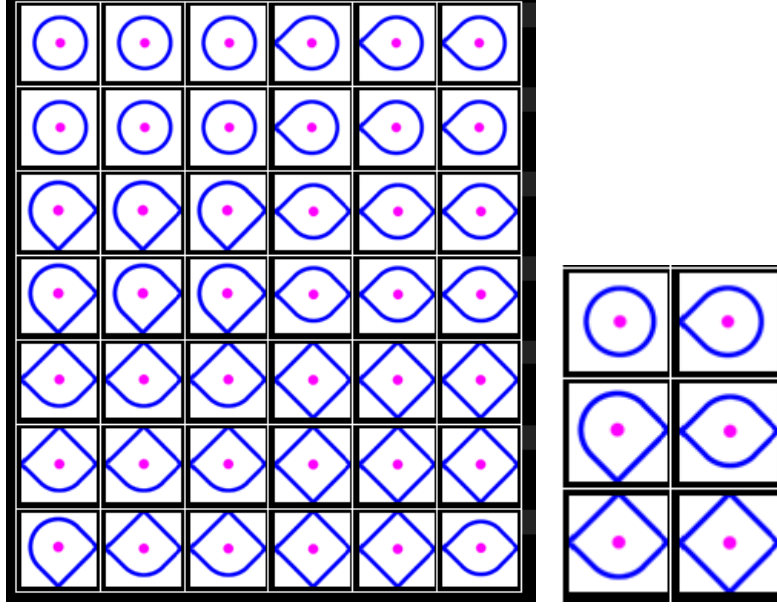
23. கோல வன்பொருள் விளையாட்டுக்கள்

உயர்நிலைப் பள்ளியில் படிக்கும்போது விளையாடிய விளையாட்டு இது. இருவர் விளையாட வேண்டும். முதலில் சுமார் பத்துக்குப் பத்து என்ற அளவில் ஒரு காகிதத்தில் புள்ளிகள் வைத்துக்கொள்ள வேண்டும். இதில் ஒருவர் மாற்றி ஒருவர் இரண்டு அடுத்தடுத்த புள்ளிகளை ஒரு கோட்டால் இணைக்க வேண்டும். அப்படி இணைக்கும் போது ஏற்கனவே வரைந்த கோடுகளுடன் சேர்ந்து ஒன்று அல்லது இரண்டு சதுரங்கள் உருவாகலாம். அப்போது அந்த ஆட்டக்காரர் அந்த சதுரங்களில் அவர் பெயரைக் குறிக்கும் ஒரு எழுத்தை எழுதுவார். அடுத்து இன்னொரு கோடு வரைவார். இப்படி புதிய சதுரங்கள் வர வர ஒருவர் எத்தனை முறை வேண்டுமானாலும் கோடுகள் வரையலாம். சதுரம் உருவாகாத போது அடுத்தவர் கோடு வரைவார். எல்லாக் கோடுகளும் வரைந்து முடிந்த போது ஆட்டம் முடியும். அதிக சதுரங்களை உருவாக்கியவர் வெற்றிபெறுகிறார்.

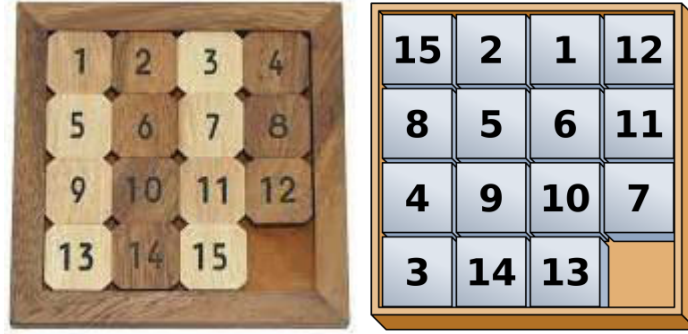
பல இடங்களில் ஒரு சில சதுரங்கள் மட்டும் வரும்படி தொடக்கத்தில் தயார் செய்து கொள்வார்கள். மேலும் சில சதுரங்கள் கிடைக்கலாம் என்றாலும், அதை விட்டு, அடுத்தவர் அதிக சதுரங்கள் பெறாதபடி கடைசிக் கோடு இடுவார்கள். விளையாடிப் பார்த்தால் இந்த யுக்திகள் புரியும். ஆட்டத்தின் நடுவில் வரும் ஒரு திரை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



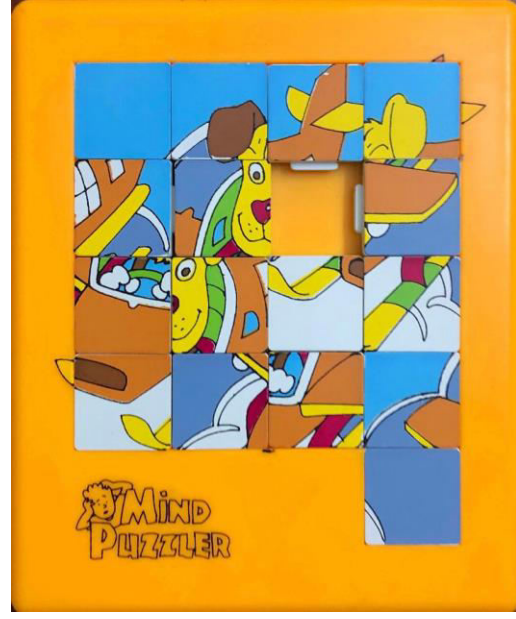
கைபேசிகளில் விளையாட 'மிட்டாய்' என்ற பெயரில் உருவாக்கப்பட்ட விளையாட்டு இது. இதில் ஒரு கோலத்தின் கோடுகளில் சில மிட்டாய்கள் நகர்ந்துகொண்டிருக்கும். அவற்றை ஒரு குழந்தை பிடித்துச் சாப்பிட வேண்டும். குழந்தையின் நகர்வையும் அது ஒரு கோட்டிலிருந்து இன்னொரு கோட்டிற்குத் தாவுவதையும் விளையாடுபவர் கட்டுப்படுத்தலாம். குறைந்த நேரத்தில் அதிக மிட்டாய்களைப் பிடிப்பதுதான் விளையாட்டின் நோக்கம். விளையாட்டின் படிநிலையானது கோலத்தின் புள்ளி எண்ணிக்கையையும் மிட்டாய்கள் நகரும் வேகத்தையும் நிர்ணயிக்கும்.



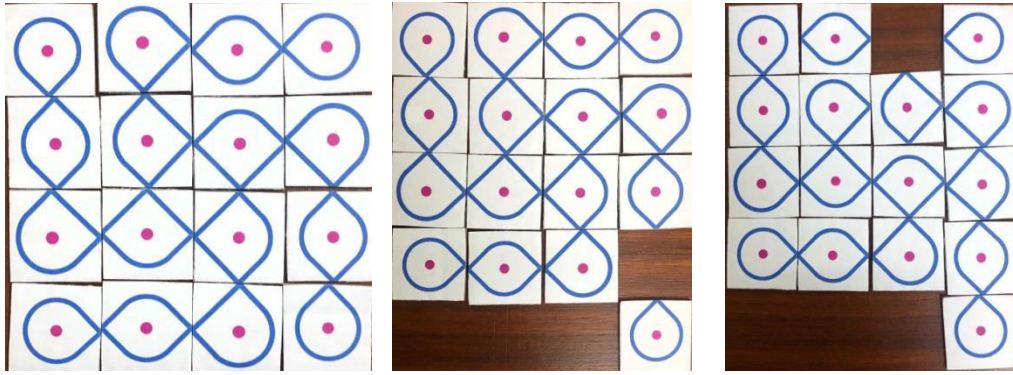
84 சில்லுகள் கொண்ட தொகுதி ஒன்று உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் பாதி இங்கு காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு சில்லிலும் இரண்டு பக்கங்களிலும் அச்சிடப்பட்டிருக்கும். மூன்று வித சில்லுகள் இருக்கின்றன. ஒவ்வொன்றின் முன் பின் உள்ள அச்ச இரண்டாம் படத்தில் உள்ளது. இந்த மூன்று வகைகளிலும் முறையே 24, 28, 32 சில்லுகள் உள்ளன. இந்தத் தொகுதியை வைத்து சில விளையாட்டுக்களை வடிவமைத்துக்கொண்டிருக்கிறேன். அவற்றில் மூன்றினை இங்கு பார்ப்போம்.



1 முதல் 15 வரை எண்களிட்ட 15 சில்லுகளை நான்குக்கு நான்கு என்ற பலகையில் வைத்த ஒரு புதிரைப் பார்த்திருப்பீர்கள். இதில் கடைசி இடம் மட்டும் வெறுமையாக இருக்கும். இந்த வெற்றிடத்திற்கு அதன் இட, வல, மேல், கீழ்ப் பக்கத்தில் உள்ள சில்லை நகர்த்தலாம். இப்படி நகர்த்திய ஒரு அமைப்பையும் படத்தில் காணலாம். இப்படி ஒருவர் மாற்றி அமைத்ததை மற்றொருவர் சரியாக வரிசையாக அடுக்க வேண்டும். இவரும் ஒரு வெற்றிடத்திற்கு அதன் இட, வல, மேல், கீழ்ப் பக்கத்தில் உள்ள சில்லைத்தான் நகர்த்தலாம்.



இந்த விளையாட்டு தற்போது சற்று மாற்றப்பட்டு விற்பனைக்கு வருகிறது. எண்களுக்குப் பதிலாக ஒரு படம் பதினாறு சில்லுகளிலும் போடப்படுகிறது. பதினாறாவது சில்லுக்குக் கீழே ஒரு சில்லுக்கான இடம் வெறுமையாக விடப்படுகிறது. பதினாறாவது சில்லை கீழே இழுத்து விட்டால், அது பழைய எண் விளையாட்டாக மாறிவிடுகிறது. சதுரப் படத்தை முழுமையாகக் காட்டுவதற்காக இப்படிச் செய்திருக்கலாம்.



ஒரு நாலுக்கு நாலு புள்ளிகள் உள்ள ஒரு கோலத்தை ஒரு படமாகப் போட்டால் கிடைப்பது ஒரு கோல விளையாட்டு. இங்கு 7 முறை சில்லுகள் அடுத்த இடத்திற்கு மாற்றப்பட்டுள்ள ஒரு அமைப்பு காட்டப்பட்டுள்ளது. இந்த மாற்றத்தை ஒருவர் செய்ய, மற்றொருவர் அதை பழைய நிலைக்கு, ஒரு சரியான கோலமாக மாற்றி அமைக்க வேண்டும். இது மேலே பார்த்த புதிய மாறிய விளையாட்டு போன்றது.

இந்த கோல விளையாட்டு நாம் நினைப்பது போல் அவ்வளவு எளிதல்ல. சுமார் 10 வரை மாற்றங்கள் இருந்தால் சுலபமாக விளையாடலாம். அதற்கு மேல் போகப்போக, கடினம் அதிகரித்துக்கொண்டே வரும். இங்கு ஒவ்வொரு சில்லுக்கும் அதற்கு உண்டான இடத்தைச் சரியாக மனதில் வைத்துச் செயல்பட வேண்டும். இது சற்று கடினமான காரியம்தான்.

இந்த விளையாட்டை அதற்கான விற்பனை வடிவத்தை வாங்கித்தான் விளையாட வேண்டும் என்பதில்லை. நாமே சுமார் 10 ரூபாய் செலவில் 84 சில்லுகளைச் செய்து கொள்ளலாம். 42 சில்லுகளின் படத்தை learnfunsystems.com என்ற எங்கள் இணைய தளத்தில் இருந்து பதிவிறக்கம் செய்யுங்கள். அதை நான்கு பிரதிகள் எடுங்கள். கருப்பு வெள்ளை நிறப் பிரதிகள் என்றால் 10 ரூபாய்க்குள்ள்தான் செலவாகும். அடுத்தது பல பொருள்கள் வரும் அட்டைப் பெட்டிகளில் உள்ள நல்ல அட்டைகளாகப் பார்த்து கத்தரித்து எடுங்கள். இதற்கு ஒரு நல்ல கத்தரிக்கோல் அவசியம். இந்த அட்டைகள் சுமார் 2 மில்லிமீட்டர் தடிமன் இருக்கும். 84 அட்டைச் சில்லுகள் தேவை. ஒவ்வொன்றும் 26 மில்லிமீட்டர் நீளமும், 26 மில்லிமீட்டர் அகலமும் இருக்க வேண்டும். அச்சிட்ட கோலத்தை பல பகுதிகளாகக் கத்தரிக்கவும். இந்த தனித்தனிப்பகுதிகளில் கருப்பு ஓரத்தைக் கவனமாகக் கத்தரித்து நீக்கவும். இப்போது 168 பகுதிகள் கிடைக்கும். அவற்றை அட்டைகளில் ஒட்டுங்கள். இப்போது 84 சில்லுகள் தயார். இப்படித் தயார் செய்த மாதிரிச் சில்லுகள்தான் மேலே உள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

84 சில்லுகளில் தேவையான 16 சில்லுகளை முதலில் தரையில் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ள கோலமாக அடுக்கி வைக்க வேண்டும். அதை ஒருவர் மாற்றி அமைக்க மற்றொருவர் சிந்தித்து முழுக்கோலத்தைச் சரியாக கொண்டுவர வேண்டும். பதினாறு கட்டங்கள் மற்றும் கடைசிக் கட்டத்திற்குக் கீழ் உள்ள கட்டம் என்பதை மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதை மனதில் வைத்து விளையாட வேண்டும். அதைக் காட்ட, தேவையான கட்டங்களைச் சுற்றி ஒரு கோடு போட்டுக்கொள்ளலாம்.

இந்த விளையாட்டின் கடினத்தை மனதில் கொண்டு, இதில் பல படிநிலைகள் வைத்துள்ளோம். 1 + 6, 1 + 8, 1 + 10, 1 + 12, மற்றும் 13க்கு மேற்பட்ட மாற்றங்கள் என்று 5 படிநிலைகள் இருக்கின்றன. இதில் 1 என்பது கடைசிச் சில்லினைக் கீழே இழுத்து வைப்பதைக் குறிக்கிறது.

84 சில்லுகளை வைத்து விளையாடும் இன்னொரு விளையாட்டு. இருவர் விளையாடலாம். கோலத்தின் புள்ளி அளவையும், தேவையான சீர்மையையும் கொடுக்கப்படும். அதற்கு ஏற்ப விரைவாக ஒரு கோலத்தை உருவாக்க வேண்டும். முதலில் சரியாகப் போடுபவர்கள் வெற்றிபெற்றவர். கோலப் புள்ளிகளின் அளவு நான்குக்கு நான்கு அல்லது ஐந்துக்கு ஐந்து என்று இருக்கலாம். இருவரும் இருக்கும் 84 சில்லுகளில் இருந்துதான் எடுக்க வேண்டும்.

இந்த விளையாட்டினை ஒருவர் விளையாடுவதாகவும் மாற்றலாம். இங்கு விளையாடுபவர் குறிப்பிட்ட காலத்திற்குள் கொடுத்த சீர்மைக்கு ஏற்பக் கோலம் போடுகிறாரா என்பதைப் பார்க்க வேண்டும். புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை நான்குக்கு நான்கு முதல் ஏழுக்கு ஏழு வரை இருக்க வேண்டும்.

இன்னொரு விளையாட்டு. மூன்றுக்கு மூன்று முதல் ஏழுக்கு ஏழு வரை ஒரு கோலத்தை உருவாக்கவும். இது நான்கு பக்கங்களிலும் பார்ப்பதற்கு ஒன்றாக இருக்க வேண்டும். இந்தக் கோலத்தின் சில்லுகளை எடுத்து கலைத்துப் போடுங்கள். மேல் கீழாகவும் கலைத்து வையுங்கள். இந்தச் சில்லுகளை மட்டும் வைத்து ஒரு கோலத்தை உருவாக்க வேண்டும். இது நான்கு பக்கம் பார்த்தாலும் ஒரே மாதிரி இருக்க வேண்டும். இந்தக் கோலம் நாம் தொடங்கிய கோலமாக இருக்க வேண்டும் என்பது இல்லை. வேறு ஒரு கோலமாகவும் இருக்கலாம்.



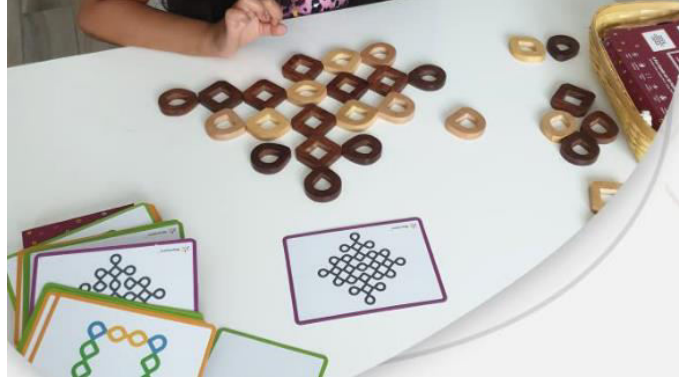
விற்பனைக்குத் தகுந்த தரத்தில் மேலே சொன்ன விளையாட்டுகளுக்கான சில்லுகளைத் தயாரிக்கும் முன் திருமதி ராஜம் அவர்கள் அனுப்பிய ஒரு வாட்ஸ்ஆப் செய்தியைப் பார்த்தேன். அதில் பென் ஸ்டேட் யுனிவர்ஸிட்யைச் சேர்ந்த முனைவர் வெங்கட் கோபாலன் என்பவர் கோலம் வரையும் வீடியோ இருந்தது <https://www.facebook.com/100010432574159/posts/pfbid0aciM6xGXxwmnSkxGHHFVCKATbvLpzcYdYFaQdYGu5QDhZne4YyvoWtRASzk3Lgptl/?sfnsn=wiwspwa&mibextid=cz6gg9>. அவர் கரும்பலகையில் சாக்பீஸினால் கோலம் போடுகிறார். நேர்ப் புள்ளிகளை 45 டிகிரி சாய்த்து வைத்த கோலம் அது. பார்ப்பதற்கு இடைப் புள்ளிக் கோலம் போல் தெரியும். பெரிய கோலத்தை பகுதி பகுதியாக அவர் போடும் விதம் வியப்புக்குள்ளாக்குகிறது.



அங்கிருந்து அவரும் அல்ஸ்நாவர் (Alznauer) என்பவரும் இணைந்து நடத்தும் kolamtiles.com என்னும் இணையதளத்திற்குச் சென்று பார்த்தேன். அங்கு அவர்களுடன் சேர்ந்து தரமாக உருவாக்கப்பட்ட 64 மரச் சில்லுகளால் ஆன விளையாட்டு விற்பனைக்கு என உள்ளது. இதன் பெயர் kolam tiles. இதுவும் நாம் செய்தது போலவே 6 அடிப்படைச் சில்லுகளைக் கொண்டது. யுஎஸ்ஸில் விலை 48 டாலர்கள். இந்த சில்லுகளைக் கொண்டு கோலம் போடும் விதத்தை வெங்கட் விளக்குகிறார். முதலில் ஒரு எட்டுக்கு எட்டு கோலத்தை வரைந்துகொள்கிறார். இங்கும் அவர் ஒரு புத்தம்புது விதத்தில் வரைகிறார். ஒரு கோட்டில் உள்ள வளைவுப் பகுதிகளை மட்டும் முதலில் வரைந்துகொள்கிறார். பிறகு அவற்றை நேர்கோடுகளால் சேர்க்கிறார்.

<https://www.youtube.com/watch?v=WpILruoKREs> என்னும் இவரது வீடியோவில் இன்னும் ஒரு புது விதத்தில் கோலம் வரைந்துகாட்டுகிறார்.

நாம் தயார் செய்த விளையாட்டில் 84 சில்லுகள். கனத்த அட்டையால் ஆனது. இரண்டு புறத்திலும் கோலம் இருக்கும். அதனால் அதிக அளவு கோலங்களை உருவாக்க முடியும். விலை இந்திய ரூபாயில் சுமார் 250.



கிரேஸி கோலம் (crazy kolam) என்னும் பெயரில் மரத்தால் ஆன 28 சில்லுகளைக் கொண்ட விளையாட்டு ஒன்றும் இந்தியச் சந்தையில் கிடைக்கிறது. இதில் சில்லுகள் கோலத்தின் கோடுகளால் மட்டுமே ஆனது. இதன் விலை ரூபாய் ஆயிரத்திற்கும் மேல்.

24. கோலத்தில் பயிற்சிகள்

கோலம் போடுவதற்கான பயிற்சிகளை பல விதங்களாகப் பிரிக்கலாம். புள்ளி வைக்கும் பயிற்சி மற்றும் கோடுகள் போடும் பயிற்சி. இந்த இரு பயிற்சிகளையும், கணிப்பொறி அல்லது கைபேசியில் விரலால் பயிற்சி, காகிதத்தில் பென்சிலால் பயிற்சி மற்றும் தரையில் சாக்பீஸால் பயிற்சி என்று பிரிக்கலாம்.

முதலில் புள்ளிப் பயிற்சியைப் பார்ப்போம். இதில் முதலில் நேர்ப்புள்ளி வைக்கப் பயில வேண்டும். அடுத்தடுத்த புள்ளிகளுக்கு இடையில் உள்ள தூரம் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதை மனதில் வைத்துப் புள்ளிகள் வைக்க வேண்டும். புள்ளிகள் சரியாக வைக்கப்பட்டுள்ளதா என்பதைப் பார்க்க ஒரு எளிய வழி இதோ. இதற்கு ஒரு நூலினை அல்லது ஒரு ஸ்கேலைப் பயன்படுத்துங்கள். காகிதம், தரை என்று இரண்டுக்குமே இவற்றைப் பயன்படுத்தலாம். இந்த நீளங்கள் கிட்டத்தட்ட சமமாக இருந்தால் புள்ளிகள் சரியாக வைக்கப்பட்டிருக்கும். இங்கு புள்ளிகள் எல்லாம் படுக்கைக் கோடுகளில் அல்லது நிற்கும் கோடுகளில் இருக்க வேண்டும். நூலை அல்லது ஸ்கேலைப் பயன்படுத்தி இதையும் சரிபார்க்கலாம்.

அடுத்து ஊடுபுள்ளிகள் வைத்தலில் பயிற்சி. இதுவே பலருக்குச் சவாலான காரியமாக இருக்கும். இங்கு முதலில் நடுவில் இருக்கும் படுக்கைக் கோட்டில் புள்ளிகள் வைக்க வேண்டும். பிறகு மேலும் பிறகு கீழும் உள்ள படுக்கைக் கோடுகளில் புள்ளிகளை ஒவ்வொன்றாகக் குறைத்து வைக்க வேண்டும். இங்கு, ஒரு படுக்கைக் கோட்டில் இருக்கும் புள்ளி, அடுத்த படுக்கைக் கோட்டில், இந்தப் புள்ளிக்கு அருகில் இருக்கும் இரண்டு புள்ளிகளுடன் சேர்ந்து உருவாகும் முக்கோணத்தில் எல்லாப் பக்கங்களும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதை மனதில் வைத்து, புள்ளி வைக்க வேண்டும். நடுவில் $2n - 1$ புள்ளிகள் இருந்தால் அதற்கு மேலும் கீழும் n புள்ளிகளில் நிறுத்த வேண்டும். இப்போது ஒரு அறுகோண வடிவில் புள்ளிகள் இருக்கும்.

இந்த இரண்டு வகைகளிலும் மென்பொருளில், இடது மேல்புறப் புள்ளியும், வலது கீழ்ப்புறப் புள்ளியும் காட்டப்படும். மீதிப் புள்ளிகளை நாம் நிரப்ப வேண்டும். கடைசியில் நாம் வைத்த புள்ளிகளுடன் எல்லாப் புள்ளிகளையும் சரியான இடத்திலும் காட்டும். இதில் இருந்து நாம் வைத்த புள்ளிகள் எவ்வளவு தள்ளி இருக்கின்றன என்பதைத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

வட்டப் புள்ளிகள் வைப்பது இன்னொரு வகை. சாதாரணமாக 8 அல்லது 16 ஆரங்கள் கொண்ட புள்ளிகள் வைக்கப்படும். இதற்கு முதலில் 90 டிகிரிகள் இருக்கும்படி இட, வல, மேல், கீழ் ஆரங்களில் புள்ளிகளை வைத்துக்கொள்ளவும். பிறகு அவற்றுக்கு நடுவே இன்னும் 4 ஆரங்களில் புள்ளிகள் வைக்கவும். இதையே இன்னொரு முறை செய்தால் 16 ஆரங்கள் கிடைத்துவிடும். இன்னொரு முறை செய்தால் 32 ஆரங்கள் கிடைத்துவிடும். எதிரெதிர் ஆரங்கள் ஒரே கோட்டில் இருக்கும்படிப் பார்த்துக் கொள்ளவும். ஒவ்வொரு ஆரத்தின் நீளமும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதையும் பார்த்துக்கொள்ளவும்.

இப்போது கோடுகள் இடும் பயிற்சிகளைப் பார்ப்போம். முதலில் நேர்ப்புள்ளிக் கோலங்களை எடுத்துக் கொள்வோம். இங்கு நான்கு வகைப் பயிற்சிகள் உள்ளன. முதல் வகையில் முழுக் கோலமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். அதைப் பார்த்து கைபேசியில் அதன் மேலே, அல்லது காகிதத்தில் அல்லது தரையில் வரைய வேண்டும்.

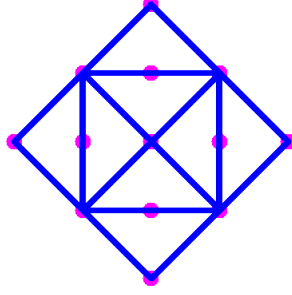
அடுத்த வகையில் கோலத்தில் பாதி, அதாவது, மேல் பாதி கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். அதைப் பார்த்து முழுக்கோலத்தையும் வரைய வேண்டும். அடுத்த பாதி, கொடுத்த பாதியை 180 டிகிரி சுழற்றியதாக இருக்க வேண்டும். இது எதிரெதிர்ப் பக்கங்களில் இருந்து பார்த்தால் ஒரே மாதிரி கோலத்தைக் கொடுக்கும்.

மூன்றாவது வகையில் கால்வாசிக் கோலம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். அதைப் பார்த்து முழுக் கோலத்தையும் வரைய வேண்டும். இங்கு கொடுத்ததை, 0, 90, 180, 270 டிகிரிகள் சுழற்றி வைக்க வேண்டும். இது நான்கு பக்கங்களில் இருந்து பார்த்தாலும் ஒரே கோலத்தைக் கொடுக்கும்.

நான்காம் வகை கோட்டுக் கோலப் பயிற்சி. இதில் சில கோடுகள் மட்டும் கொடுக்கப்படும். அந்தக் கோடுகளை 0, 90, 180, 270 டிகிரிகள் சுழற்றி வைக்க வேண்டும். சாதாரணமாக, கோலம் போடும்போது, ஒவ்வொரு கோடாகத்தான் போடுவார்கள். தாங்கள் நிற்கும் இடத்தையும், பார்க்கும் திசையையும் மாற்றிக் கொள்வார்கள். நீங்கள் போடும்போது, காகிதத்தைச் சுழற்றிக்கொள்ளுங்கள். தரையில் வரைந்தால் உங்கள் நிலையை மாற்றிக்கொள்ளுங்கள். இந்தப் பயிற்சியானது, பார்த்ததை மனதில் நிறுத்துதல், மனதில் இருப்பதைச் சரியாக நினைவுபடுத்துதல், நினைவுபடுத்துவதைக் கைகளும் விரல்களும் சரியாகச் செயல்படுத்துதல் என்ற பலவற்றுக்கும் பயிற்சியளிக்கிறது. நினைவாற்றலில் ஒரு பகுதியை இழந்த ஒரு பெண்மணி, கோலங்களைப் போடத் தொடங்கி நினைவாற்றலைத் திரும்பப் பெற்றார் என்பதை ஏற்கனவே பார்த்துள்ளோம்.

25. கோலத்தில் அடிப்படைக்கணிதம்

முடியுமா?

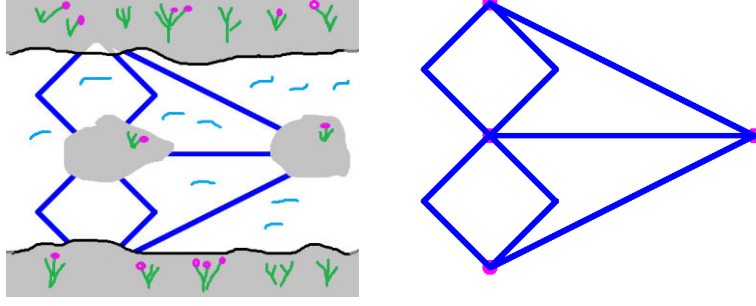


இந்தக் கோலத்தைக் கையை எடுக்காமல், ஒரு கோட்டை ஒரு தடவை மட்டும் போட்டு, தொடங்கிய இடத்திலேயே முடிக்கமுடியுமா? முயற்சி செய்து பாருங்கள். என்ன? முடியவில்லையா? இன்னும் கொஞ்சம் நேரம் முயற்சி செய்யுங்களேன். இப்போதும் முடியவில்லையா? மனம் தளர வேண்டாம். யாராலும் முடியாது! எப்படி என்று கேட்பது காதில் விழுகிறது. எதாவது ஒரு புள்ளியில் ஆரம்பிப்போம். அங்கிருந்து வேறொரு புள்ளிக்குப் போக வேண்டும். அங்கிருந்து இன்னொரு புள்ளிக்கு. கடைசியில் ஆரம்பித்த புள்ளிக்கே வந்துவிட்டோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம். நடுவில் நாம் போன ஒவ்வொரு புள்ளியிலும், உள்ளே வரும் ஒவ்வொரு தடவையும் ஒரு தடவை வெளியே போகிறோம். அதனால் ஒவ்வொரு முறையும் அந்தப் புள்ளியில் இருக்கும் இரண்டு கோடுகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். முடிக்கும்போது அந்தப் புள்ளியில் எல்லாக் கோடுகளையும் போட்டிருப்போம். அதனால் ஒரு புள்ளியை ஏதாவது கடந்திருந்தால் 2ஏ கோடுகள், அதாவது இரட்டைப்படைக் கோடுகள், அந்தப் புள்ளியில் இருக்கும். இதேபோல், ஆரம்பத்திலும், கடைசியிலும் ஒவ்வொரு கோட்டைப் பயன்படுத்தினோம். நடுவில் இந்த ஆரம்பப் புள்ளிக்கு வரும் ஒவ்வொரு முறையும் இரண்டு கோடுகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதனால் இந்தப் புள்ளியிலும் இரட்டைப் படைக் கோடுகள் இருக்கும். அதாவது எல்லாப் புள்ளிகளிலும் இரட்டைப் படைக் கோடுகள் இருக்கும்.

ஆனால் இந்தக் கோலத்தில் அப்படி இல்லை. அதனால், ஒரு புள்ளியில் ஆரம்பித்து அதே புள்ளியில் முடிக்கும்படி ஒரே கோட்டில் இந்தக் கோலத்தைக் கையை எடுக்காமல் வரைய முடியாது.

ஒரு புள்ளியில் ஆரம்பித்து வேறு ஒரு புள்ளியில் முடிக்கலாமா? மேலே பார்த்த காரணம் எல்லா நடுப் புள்ளிகளுக்கும் பொருந்தும். அதனால், நடுப்புள்ளிகள் எல்லாவற்றிலும் இரட்டைப்படைக் கோடுகள் இருக்க வேண்டும். ஆரம்ப மற்றும் கடைசிப் புள்ளிகளில் மட்டும் ஒற்றைப்படைக் கோடுகள் இருக்க வேண்டும். ஆனால், இந்தக் கோலத்திலோ நான்கு இரட்டைப்படைக் கோட்டுப் புள்ளிகள் இருக்கின்றன. அதனால் இதுவும் முடியாது.

அதனால், இந்தக் கோலத்தை, கையை எடுக்காமல், ஒரு கோட்டை ஒரு தடவை மட்டும் போட்டு முடிக்க முடியாது, யார் எவ்வளவு முயன்றாலும்!



இந்தப் புதிரின் ஆரம்பம் என்பது கானிங்ஸ்பெர்க் என்ற லெனின்கிராடில் தோன்றியதாகக் கூறுவர். அந்த ஊரின் ஆற்றில் இரண்டு தீவுகள் இருக்கின்றன. அவற்றை இணைக்க ஏழு பாலங்கள் இருந்தன. சவால் இதுதான். எதாவது ஒரு இடத்தில் கிளம்பி, ஒவ்வொரு பாலத்திலும் ஒரு முறை மட்டும் சென்று எல்லாப் பாலங்களையும் கடக்க முடியுமா என்பதுதான் கேள்வி. பலர் முயன்றும் முடியவில்லை. இது இயலாத காரியம் என்று ஆய்லர் (1707 -1783) நிரூபித்தார். அவருடைய நிரூபணம்தான் நாம் மேலே பார்த்தது. அவர் தரையைப் புள்ளியாகவும் பாலங்களைக் கோடுகளாகவும் பாவித்து ஒரு கோலத்தை உருவாக்கினார். அதில் நான்கு புள்ளிகளிலும் ஒற்றைப்படைக் கோடுகள் இருப்பதைப் பார்க்கலாம். நாம் மேலே பார்த்த காரணங்களினால், நம் கேள்விக்கான பதில் 'முடியாது' என்பதுதான்.

எண்ணாமலே சொல்லலாம்

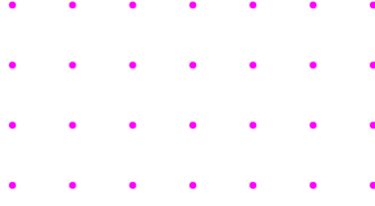
ஒரு கோட்டுக்கோலத்தை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள் இந்தக் கோலத்தில் ஒரு முடிவில்லா வெளிப் பரப்பும், பல முடிவுற்ற பரப்புகளும் இருக்கின்றன. அதில் உள்ள புள்ளிகள் மற்றும் கோடுகளை எண்ணுங்கள். இப்போது பரப்புகளின் எண்ணிக்கையை எண்ணாமல் சொல்ல முடியுமா? முடியும்! எப்படி? கோலத்தில் பு புள்ளிகளும், கோ கோடுகளும் இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம். பரப்புகளின் எண்ணிக்கை கோ - பு + 2. மேலே பார்த்த பாலப் புதிரில் பு = 4; கோ = 7; 7 - 4 + 2 = 5. அதனால் பரப்புகளின் எண்ணிக்கை 5. சரியாக இருக்கிறதல்லவா? மற்ற சில கோலங்களுக்கும் சரிபாருங்களேன்.

இங்கு புள்ளி, கோடு, பரப்பு(ப) என மூன்று எண்கள் உள்ளன. இவற்றுக்கு இடையில் ஒரு பந்தம் உள்ளது. கோ - பு - ப + 2 = 0 என்பதுதான் அது. இந்தப் பந்தத்தைப் பயன்படுத்தி எந்த இரண்டு எண்களைக் கொடுத்தாலும் மூன்றாவதைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்! அதற்கான சமன்பாடுகள்.

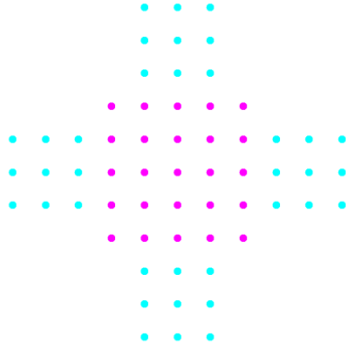
$$\text{கோ} = \text{பு} + \text{ப} - 2; \quad \text{பு} = \text{கோ} - \text{ப} + 2; \quad \text{ப} = \text{கோ} - \text{பு} + 2.$$

புள்ளிகளை விரைவாக எண்ணுதல்

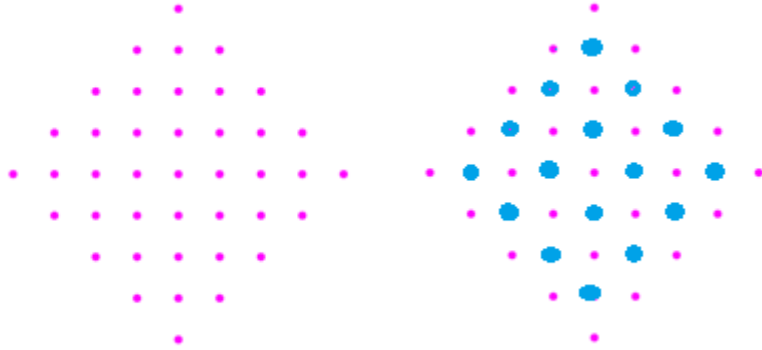
விதவிதமான கோலங்களில் புள்ளிகள் எத்தனை இருக்கின்றன என்பதை விரைவாக எண்ணுவதற்கு அடிப்படைக் கணிதம் கொஞ்சம் தேவை. வடிவஇயலில் உள்ள பல வடிவங்களையும் கோலத்தில் கொண்டுவந்து பார்க்கலாம்.



முதலில் நேர்ப்புள்ளிக் கோலங்களைப் பார்ப்போம். எம் புள்ளி என் வரிசையில் உள்ள கோலத்தில் எத்தனை புள்ளிகள் உள்ளன? எம் X என் புள்ளிகள் இருக்கின்றன. எம் புள்ளி சதுரக் கோலத்தில் எம் X எம் = எம்² புள்ளிகள் உள்ளன.

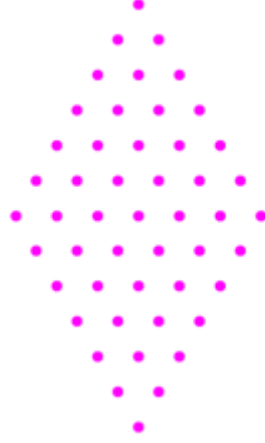


இந்த எம் புள்ளி உள்சதுரமும், என் புள்ளியில் வெளிப்பக்கச் சதுரங்களும் உள்ள கோலத்தில் எம்² + (4 x என்²) புள்ளிகள் உள்ளன.



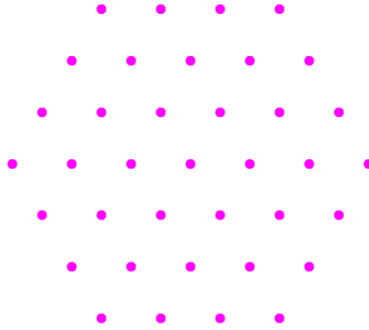
நேர்ப்புள்ளிக் கோலம் டைமண்ட் வடிவிலும் வரும். இங்கு புள்ளிகள் 1, 3, 5, என அதிகரித்து, பின்னர் இரண்டிரண்டாகக் குறைந்து ஒன்றில் முடியும். இதில் புள்ளிகளை எண்ண ஒரு எளிய வழி இருக்கிறது. இந்தக் கோலத்தை, திரையை சுமார் 45 டிகிரி சாய்த்துப் பாருங்கள். ஒரு ஐந்துக்கு ஐந்து நேர்ப்புள்ளிகளும், அதற்குள் நான்குக்கு நான்கு நேர்ப்புள்ளிகளும் தெரிகிறதா? இப்போது $5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

புள்ளிகள் இருப்பது தெரிகிறது. இதை நடுக் கோட்டில் எம் புள்ளிகள் இருப்பதாக வைத்துக்கொண்டால், மொத்தப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை $((\text{எம்}+1) / 2)^2 + ((\text{எம்} -1) / 2)^2$.



ஒன்று முதல் ஏழு, அதிலிருந்து ஒன்று என்று டைமண்ட் வடித்தில் இருக்கும் இடைப்புள்ளிக் கோலத்தில் எத்தனை புள்ளிகள் இருக்கின்றன?

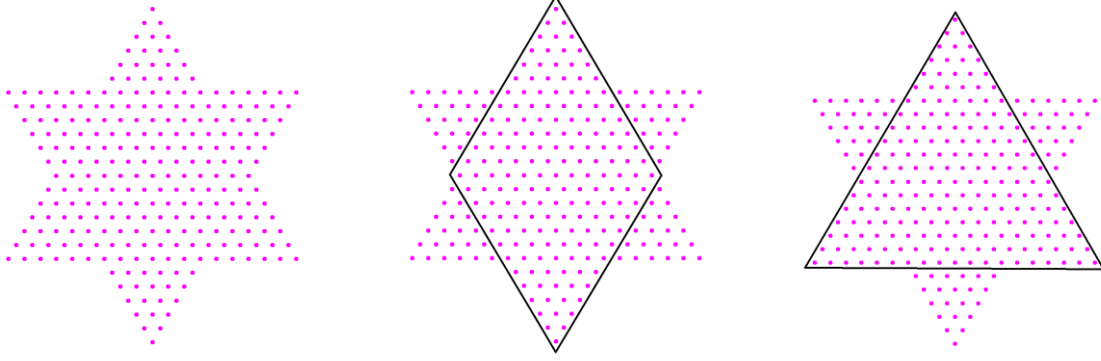
$(2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)) + 7 = (2 \times 21) + 7 = 49$. ஒன்று முதல் எம் புள்ளிகள் வரை இருந்தால், $(2 \times (1 + 2 + \dots + (\text{எம்}-1))) + \text{எம்} = (2 \times ((\text{எம்}-1) \times (\text{எம்})/2)) + \text{எம்} = 2 \times ((\text{எம்}^2 - \text{எம்}) / 2) + \text{எம்} = (\text{எம்}^2 - \text{எம்}) + \text{எம்} = \text{எம்}^2$. இதையே வேறு விதமாகப் பார்த்தால் எளிதாக விடை கிடைக்கும். இந்தக் கோலத்தை, திரையை சுமார் 30 டிகிரி சாய்த்துப் பாருங்கள். ஒரு 7 புள்ளி 7 வரிசை நேர்ப்புள்ளிக் கோலம் போல் தெரிகிறதா? அப்போது எம் புள்ளிக் கோலத்திற்கு எம்^2 என்று உடனே விடை கிடைக்கும்.



பல இடைப்புள்ளிக் கோலங்கள் அறுகோண வடிவில் இருக்கும். இங்கு என் புள்ளிகளில் ஆரம்பித்து நடுவில் எம் புள்ளிகளில் முடியும் கோலத்தில் எத்தனை புள்ளிகள் இருக்கும்?

ஒன்றிலிருந்து ஆரம்பித்தால் எம்^2 புள்ளிகள் இருக்கும். ஆனால் 1 முதல் என் -1 புள்ளிகள் மேலும் கீழும் இல்லை. அதனால் $2 \times (1 + 2 + \dots + (\text{என்}-1)) = 2 \times ((\text{என்}-1) \times (\text{என்}) / 2) = \text{என்}^2 - \text{என்}$, புள்ளிகள் இல்லை.

அதனால் இருக்கும் புள்ளிகள் $எம்^2 - (என்^2 - என்) = எம்^2 - என்^2 + என்$. படத்தில் $எம் = 7$. $என் = 4$.
அதனால் இங்கு மொத்தம் $7^2 - 4^2 + 4 = 49 - 16 + 4 = 37$, புள்ளிகள் உள்ளன.



இடைப்புள்ளிக் கோலங்கள் நட்சத்திர வடிவிலும் வரும். இதை ஒன்றில் இருந்து ஆரம்பித்து நடுவில் எம் புள்ளிகள் இருக்கும் ஒரு டைமண்ட் வடிவக் கோலத்துடன் நான்கு பக்கங்களில் முக்கோண வடிவக் கோலங்களை இணைத்ததாக நினைத்தால் புள்ளிகளை எண்ணுவது சுலபம். $எம்^2 + 4 \times (என்^2 + என்) / 2 = எம்^2 + 2 \times என்^2 - என்$. $எம் = 13$, $என் = 6$, என்றால், மொத்தம் $13^2 + 2 \times (6^2 + 6) = 169 + 84 = 253$ புள்ளிகள்.

இதை இன்னொரு விதத்திலும் கணக்கிடலாம். மேல் முனையில் இருந்து ஆரம்பித்து ஒரு பெரிய முக்கோணத்துடன் மூன்று சிறிய முக்கோணங்கள் இணைந்ததாக நினைக்கலாம். பெரிய முக்கோணத்தில் 1 முதல் எம் வரை புள்ளிகள் இருக்கட்டும். இதில் $எம் \times (எம் + 1) / 2$ புள்ளிகள் உள்ளன. சிறிய முக்கோணத்தில் 1 முதல் என் வரை புள்ளிகள் இருக்கட்டும். இதில் $என் \times (என் + 1) / 2$ புள்ளிகள் உள்ளன. ஆக மொத்தம் $எம் \times (எம் + 1) / 2 + 3 \times என் \times (என் + 1) / 2$ புள்ளிகள். இங்கு $எம் = 19$; $என் = 6$; ஆக மொத்தம் $(19 \times 20 / 2) + 3 \times (6 \times 7) / 2 = 190 + 63 = 253$.

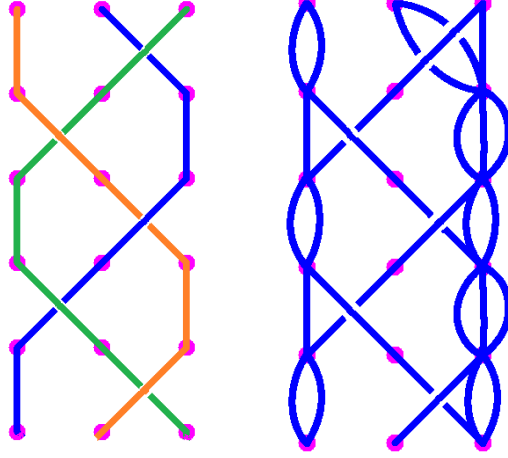
எப்படிச் கணித்தாலும் விடை ஒன்றே. ஒவ்வொரு புள்ளியாக எண்ணுவது முரட்டு வழிமுறை (brute force method) எனப்படும். அப்படிச் செய்யாமல் சற்று புத்திசாலித்தனமாய் செயல்பட்டால் விரைவாக எண்ண முடியும்.

கோடுகளையும் வடிவங்களையும் விரைவாக எண்ணுதல்

இதையும் புத்திசாலித்தனமாய் செய்ய வேண்டும். இதற்கு முதலில் கோலத்தில் உள்ள சீர்மையைக் கணக்கிட வேண்டும். பிறகு கோலத்தின் எந்தச் சிறு பகுதியின் சுழற்சிகளும், கண்ணாடி பிம்பங்களும் முழுக்கோலத்தைக் கொடுக்கிறது என்று பார்க்க வேண்டும். அடுத்து இந்த சிறு பகுதியில் இருக்கும் கோடுகள், வடிவங்கள் முதலியவற்றை எண்ண வேண்டும். அப்படிச் செய்யும்போது எந்தக் கோடுகள் இந்தப் பகுதிகளுக்கு இடையில் பொதுவாக இருக்கிறது என்பதையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

தலையின் பின்னலும் கோலமே !

பாம்புக் கோலங்கள் பலவும் பெரும்பாலும் பின்னல் கோலங்கள் எனப் பார்த்தோம். ஒரு கோட்டின் மேல் இன்னொரு கோடு போவதைத் தெளிவாகக் காட்டும் கோலம் பின்னல் கோலம் எனப்படுகிறது. இந்தப் பெயர் ஏன் வந்தது தெரியுமா? பாய் மற்றும் கூடை பின்னும்போது, பின்னலில் ஒரு பகுதியை எடுத்து இன்னொரு பகுதியின்மேல் வைத்துப் பின்னுகிறோம். அதனால்தான் இந்தப் பெயர்.

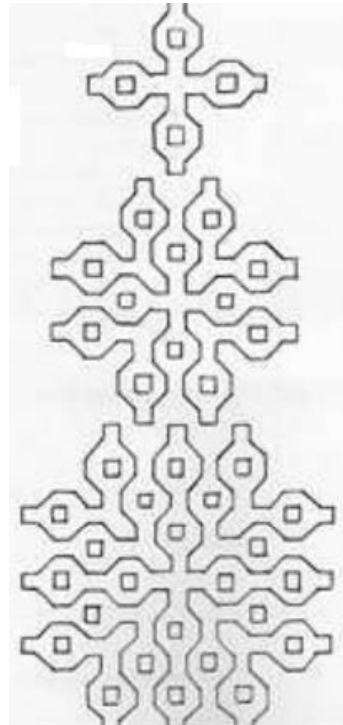
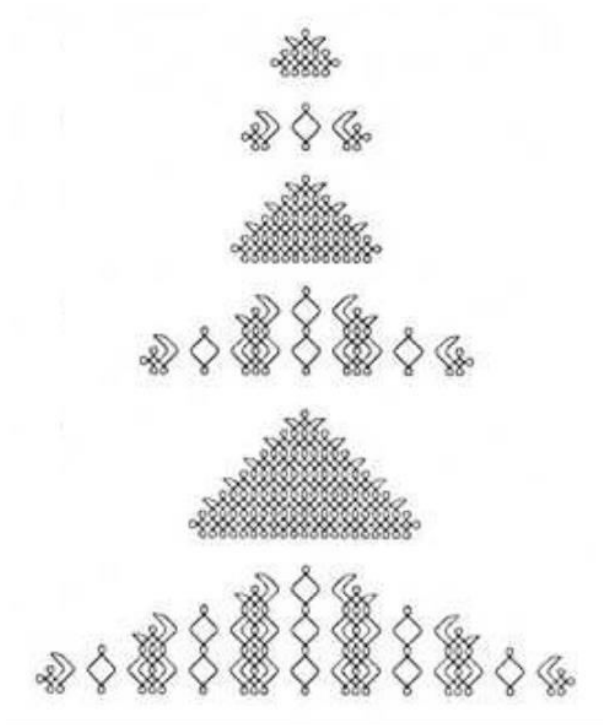
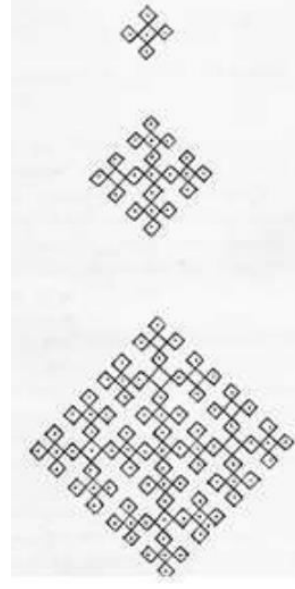
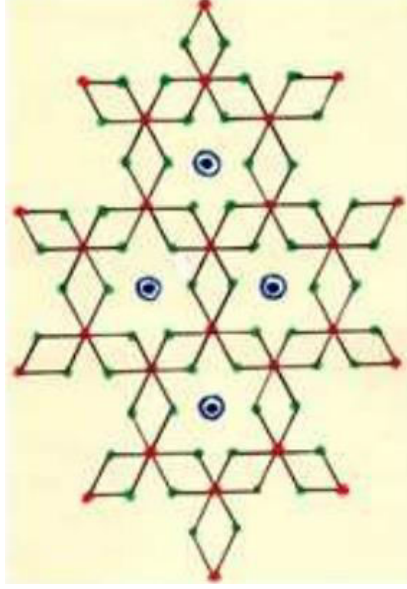


நம் தலைப் பின்னலும் ஒரு கோலமே! எப்படி? சாதாரணப் பின்னலில் மூன்று இழைகள் இருக்கின்றன. இவற்றை கோலத்தின் கோடுகள் என நினைக்கலாம். இவை மூன்று புள்ளிகளில் தொடங்குவதாக நினைக்கலாம். ஒரு மூன்று புள்ளி ஆறு வரிசைக் கோலத்தை நினைவுங்கள். பின்னலின் இழைகள் வருவதை இங்குள்ள கோலம் காட்டுகிறதல்லவா? அதனால் தலைப் பின்னலும் ஒரு கோலத்தைக் கொடுக்கிறது!

மூன்று இழைகளையும் இரண்டிரண்டாகப் பிரித்துப் போடும் பின்னலும் இருக்கிறது. இதற்கு ஆறு கால் பின்னல் என்று பெயர். இதற்கான கோலத்தையும் இங்கு பார்க்கலாம்.

26. கோலத்தில் உயர் கணிதம் - ஓர் எளிய அறிமுகம்

கிருஷ்ணன் சலங்கை, வில்வ தளம், பாகல் பந்தல், மலை, கூஜா போன்று பல கோலங்களை பல அளவுகளில் போடலாம். அளவை முடிவில்லாமல் அதிகரித்துக்கொண்டே போகலாம். இப்படி அதிகரிப்பதை நம் பெண்கள் காலங்காலமாகச் சாதாரணமாகச் செய்துகொண்டிருக்கிறார்கள். இவற்றை எப்படிப் பெரிதுபடுத்துவது என்று கேட்டால் தெளிவாக விடை சொல்வது பலருக்கும் முடியாத காரியம்.



இங்குள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில் முதல் இரண்டுக்கு பலர், சற்று யோசித்து விடை அளிக்கலாம். அடுத்த இரண்டிற்கு விடை சொல்வது அவ்வளவு எளிதல்ல. இம்மாதிரிப் பல அளவுக் கோலங்களைப் போட வழி சொல்ல ஒரு யுக்தி கணிதத்தில் உள்ளது. அதற்கு கிராஃப் கிராமர் என்று பெயர்.

ஆங்கிலத்தில் கிராமர் என்பது தமிழில் இலக்கணம் எனப்படும். ஒரு மொழியில் உள்ள எழுத்துக்களில் இருந்து சொல்தொடர்களை உருவாக்கும் முறையைக் கூறுவது மொழியின் இலக்கணம். இயற்கை மொழிகளுக்கு மட்டுமல்லாமல் கணிப்பொறித்துறையில் பயன்படும் செயற்கை மொழிகளுக்கும் இந்த இலக்கணம் இருக்கிறது. ஒரு சிறிய செயற்கை மொழி எடுத்துக்காட்டினைப் பார்ப்போம்.

ஒரு மொழியில் அ, இ என்று இரண்டு எழுத்துக்கள் மட்டும் இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம்.

இங்கு தொ(தொடர்) என்ற குறியீட்டிற்குப் பதிலாக அகஅ என்பதை வைக்க முடியும் என்பது

தொ -> அகஅ

என்று அம்புக்குறியுடன் எழுதப்படுகிறது. இங்கு க என்பது ஒரு எழுத்து அல்ல. ஒரு மாற்றம் பெறும் குறியீடு மட்டுமே. இதே போல் மற்ற சில மாற்றங்கள் வருமாறு.

க -> கஇ

க -> இ

இங்கு தொ என்பதற்குப் பதிலாக என்னென்ன வரும் என்பதைப் பார்ப்போம்.

தொ -> அகஅ -> அ இஅ

தொ -> அகஅ -> அகஇஅ -> அஇஇஅ

தொ -> அகஅ -> அகஇஅ -> அகஇஇஅ -> அஇஇஇஅ

...

இங்கு அஇஅ, அஇஇஅ, அஇஇஇஅ என்று மூன்று சொல்தொடர்கள் உருவாக்குவதற்கான வழிகளைப் பார்த்தோம். இப்படியே சென்றால் முதலிலும், கடைசியிலும் அ, நடுவில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேலும் இ, என்று உள்ள முடிவற்ற எண்ணிக்கையில் சொல்தொடர்கள் உருவாக்கப்படுகின்றன.

என்னென்ன எழுத்துக்கள், என்னென்ன குறியீடுகள், என்னென்ன மாற்றங்கள் என்னும் விதிகள் என்பவற்றைக் கூறுவதுதான் இலக்கணம்.

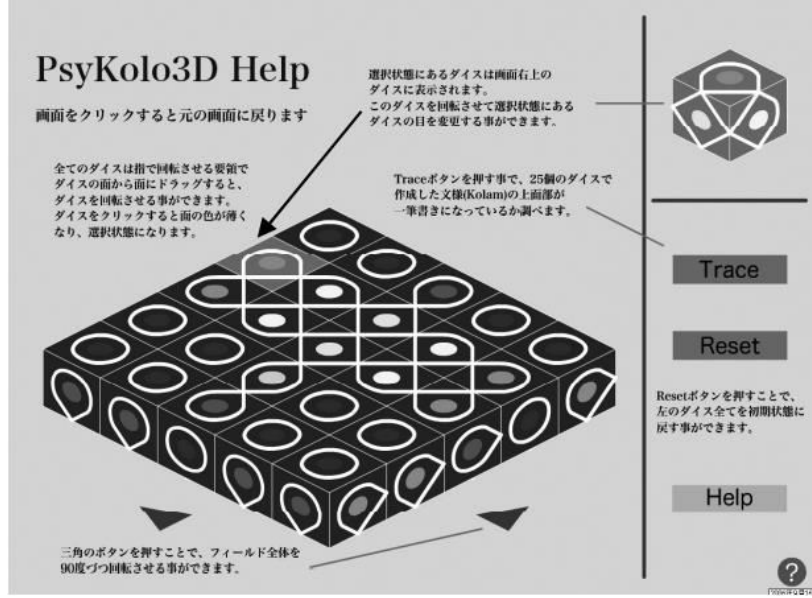
இந்த இலக்கணத்தில் எழுத்துக்களுக்குப் பதிலாகப் படங்கள் அல்லது கோலங்கள் இருக்கலாம். எழுத்துக்கள் ஒரு பரிணாமத்தில் சேர்கின்றன. படங்களும் கோலங்களும் இரு பரிமாணத்தில் சேரும். கோலங்களில் எழுத்துக்களுக்கு இணையான அடிப்படைக் கோலங்கள் என்ன, கோலங்களை மாற்றி அமைக்கும் இரு பரிமாண விதிகள் என்ன என்று கூறுவது கிராஃப் கிராமர் எனப்படும். கிராஃப் என்பது கோட்டுக் கோலத்தின் ஒரு பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட கணித அமைப்பு. புள்ளிகளும், சில புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோடுகளும் தான் கிராஃப் எனப்படுகிறது. எல்லாக் கோட்டுக் கோலங்களும் கிராஃப்தான். ஆனால் எல்லா கிராஃப்களும் கோலங்கள் போல் அழகாக இருக்காது.

இந்த கிராஃப் கிராமர்களில் பல வகைகள் உள்ளன. அவற்றில் எல்-சிஸ்டம் என்ற வகையையும் அதன் சில மாற்றங்களையும் பயன்படுத்தி பல கோலங்களைப் போடமுடியும் என்று கண்டுபிடித்துள்ளனர். இந்த ஆராய்ச்சியில் சென்னை கிறிஸ்தவக் கல்லூரியில் பணி புரிந்த/புரியும் முனைவர்கள் கிஃப்ட் சிரோமணி, ராணி சிரோமணி, கமலா கிருதிவாசன், கே. ஜி. சுப்ரமணியன் போன்றோர் ஈடுபட்டு, பல ஆராய்ச்சிக் கட்டுரைகளைப் படைத்துள்ளனர்.

இந்த கிராஃப் கிராமருக்கு ஏதேனும் பயன் உள்ளதா என்று கேட்கலாம். ஏப்ரல் 09, 2022 தி ஹிந்து நாளிதழில் Learning grammars of molecules to build them in the lab என்னும் தலைப்பில் ஆர். ராமானுஜம் எழுதிய கட்டுரை இதற்கு விடையளிக்கிறது. தேவையான குணங்கள் உள்ள புதிய மூலக்கூறுகளைக் கண்டுபிடிக்க செயற்கை நுண்ணறிவும், மெஷின் லேர்னிங்கும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கணிப்பொறிக் கருவியானது எதையும் கற்றுக்கொள்ள முதலில் ஆயிரக்கணக்கான தரவுகள் தேவைப்படுகிறது. இதைக் கற்றுக்கொள்ளக் கணிப்பொறிக்கு நேரம் மிக அதிகம் ஆகிறது. சில நாட்கள் கூட ஆகலாம். தற்போது யுஎஸ்ஸின் எம்ஐடி மற்றும் ஐபிஎம் ஆராய்ச்சியாளர்கள் இணைந்து, மூலக்கூறுகளுக்கான கிராஃப் கிராமரைப் பயன்படுத்தி, பல ஆயிரக்கணக்கான தரவுகளுக்குப் பதிலாக, சுமார் 100 தரவுகளை மட்டுமே பயன்படுத்தி புதிய மூலக்கூறுகளை வடிவமைப்பதில் வெற்றிகண்டிருப்பதாகக் கூறுகிறார். எவ்வளவு முக்கியமான பயன்பாடு!

கிவாமு யனகிஸாவா மற்றும் ஷோஜிரோ நகாடா என்னும் ஜப்பானியர்கள் Fundamental Study on Design System of Kolam Pattern(2007) என்ற தலைப்பில் ஒரு ஆராய்ச்சிக் கட்டுரை வெளியிட்டுள்ளார்கள். இதில் மிகச்சில அடிப்படை கோலப்பகுதிகளைக் கொண்டு நேர்ப்புள்ளி சுழிக்கோலங்களை வரையும் முறை பற்றிப் பேசுகிறார்கள்.

டிமதி எம் வாரிங் என்பவர் Sequential Encoding of Tamil Kolam Patterns என்ற தலைப்பில் கட்டுரை எழுதியுள்ளார். இதில் நேர்ப்புள்ளிக் கோலத்தில் மூலைவிட்டமாக இருக்கும் புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோலங்களையும் கணிதப்படி எப்படிக் கூற முடியும் என்று காட்டுகிறார்.

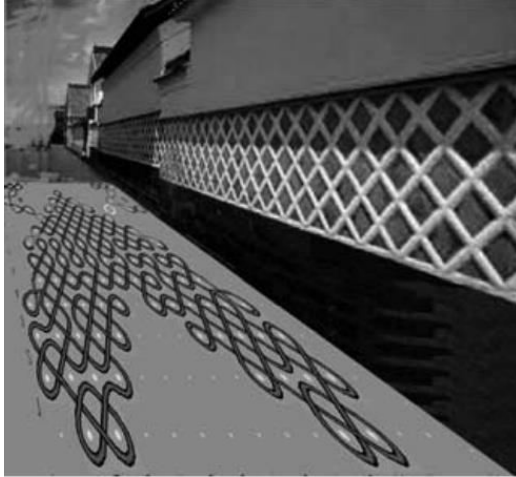


PsyKolo3D - Interactive Computer Graphical Content of "Kohji" Design Blocks(2007) என்னும் கட்டுரையை யாசுவோ கவாய், கோசுகே டகாஷி மற்றும் ஷோஜிரோ நகாடா என்பவர்கள் எழுதியுள்ளனர்.

அதில் கோலத்தின் சிறு பகுதிகள் அச்சிடப்பட்ட சிறு கனசதுரங்கள் பற்றிப் பேசுகிறார்கள். இவற்றைக் கொண்டு கோலத்தை உருவாக்குவதை ஒரு விளையாட்டாகவும் பார்க்கிறார்கள். இது சிறிது மனநலம் குன்றிய குழந்தைகளுக்கும் மற்றவர்க்கும் மூளையை வேலைசெய்யத் தூண்டுவதாகக் கூறுகின்றனர்.

Loop Patterns in Japan and Asia(2015) என்னும் அருமையான கட்டுரையில் ஷோஜிரோ நகாடா பல இடங்களிலும் காணப்படும் சங்கிலி வளையங்கள் பற்றிப் பேசுகிறார். முழுக் கட்டுரையையும் படிக்க பரிந்துரைக்கிறோம். அதில் காணப்படும் சில படங்களை உங்கள் ஆர்வத்தைத் தூண்ட இங்கு கொடுத்துள்ளோம்.





KolamDesigner

File Edit View Parameter Help

0 1 2 3 0
 1
 2
 3
 4
 5
 0 1 2 3

Fude-Mode: Smooth
 MultiCycle/Link, KeyW for anotherloop
 geneMode: Sequence

Dialog for Parameters of K.K. Designer

ImageSizeWidth 250
 max 1200pixel

KomaXNo N<=Max50 3

KomaYNo MK=Mmax 5

Mmax=1850/N 616

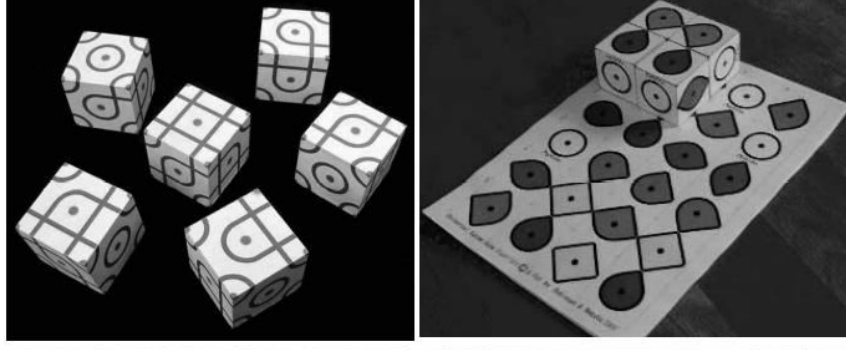
SleepingTime for Animation 0

Name of Artist-Image Name

Color Ground Tile AnimationLine Final Line

Attention! No Call Back,
 Set KomaType, N<16
 and <81 AllTheSame, 99
 N=88 AllTypes, Null,
 insert "-" after anyN
 KomaSize in Pixel 83
 =ImageSizeWidth/N
 Color_Mode 3.Color botto
 Select

Key Functions as well as Mouse-L Button, Key S start/stop trace at a red dot, In Koma Mode: A1: cross/2.tl



Digitalization and Analysis of Traditional Cycle Patterns in the World, and Their Contemporary Applications(2007) என்னும் தலைப்பில் நகாடா கோலங்களை எப்படி சிறு பகுதிகளில் இருந்து உருவாக்கலாம் என்பது பற்றி எழுதியுள்ளார்.

<https://arxiv.org/pdf/1503.02130.pdf> என்னும் கோப்பில் வெங்கட்ராமன் கோபாலனும், பிரையன் கே வான்லியூவென்னும் இணைந்து A topological approach to creating any pulli kolam, an artform from South India என்னும் கட்டுரை எழுதியுள்ளனர். இதில் கோலத்தைப் பொதுமைப்படுத்தி ஒரு கணித வடிவத்தை வரையறை செய்துள்ளனர். அதில் எந்தெந்தக் கோலங்களை ஒன்றிலிருந்து மற்றொன்றாக மாற்றமுடியும் என்பது பற்றிப் பேசுகின்றனர். இங்கு கோலங்கள் ரப்பர் துணியில் போடப்பட்டதாக நினைக்கலாம். ரப்பர் துணியை பல இடங்களில் தேவைக்கேற்றபடி இழுத்து புள்ளிகளை இடம் மாற்றி அமைத்தால் வரும் கோலம் பழைய கோலத்திற்கு டோபலாஜிகல் வகையில் இணையானது. இப்படி மாற்றுவது இங்கு ஆராயப்படுகிறது.

நூல் பட்டியல்

1. ஸ்ரீரங்க நாச்சியாரம்மாள், கோலப்புத்தகம், செங்கல்வ நாயகர் ஆர்யனேஜ் அச்சுக்கூடம், 1899
2. மஹாலட்சுமி பார்வதி, கோலப்புத்தகம், ஆ. கன்னையா நாயுடு அண்டு ஸன், 1961
3. முத்து சண்முகன், வே. சரோஜா, கள ஆய்வில் கோலங்கள், ஆனந்தா பதிப்பகம், 1987.
4. வே. சரோஜா, மண்ணின் மணம், வஞ்சிக்கோ பதிப்பகம், 1992.
5. வே. சரோஜா, நாட்டுப்புற வரைதல் கலை, காவ்யா, 1995.
6. வே. சரோஜா, தமிழர் பண்பாட்டில் கோலங்கள், பகுதி 1, 2, 3, பழனிவேல் பதிப்பகம், 1994, 1995, 1996
7. சு. சக்திவேல், தமிழர் பண்பாட்டில் கோலங்கள், மெய்யப்பன் பதிப்பகம், 2004
8. B. P. Bayiri, Rangavalli, Parts 1 to 12, Chitra Kutira, Udipi. 1967 - 1990
9. P. K. Srinivasan, Rangoli and mathematics, 1994
10. Arvind Kumar Sankar, Pulli Kolam and Creative Mind, Palaniappa brothers, 2016.
11. Vijaya Nagarajan, Feeding a thousand souls: women, ritual and ecology in India - An exploration of the Kolam, Oxford University Press, 2019.